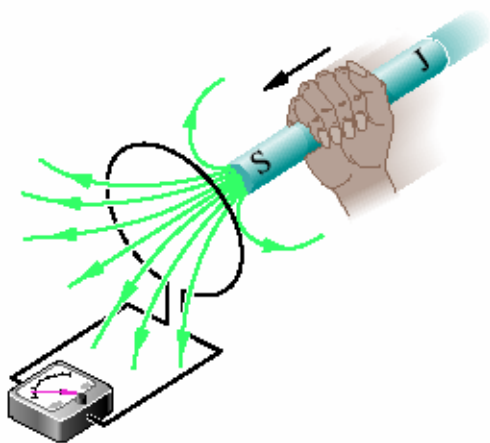
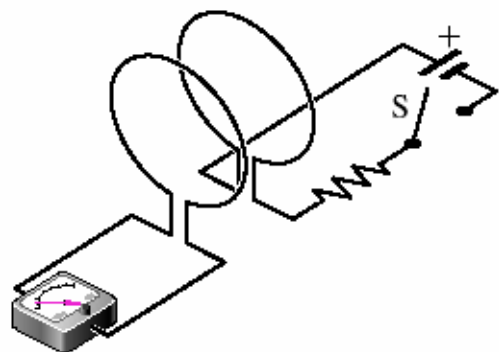


ELEKTROMAGNETICKÁ INDUKCE

Dva Faradayovy pokusy – odpovídají na otázku zda může vzniknout elektrický proud vlivem magnetického pole



- ✓ Pohyb tyčového magnetu k (od) vodivé smyčce s měřidlem, nebo smyčkou k (od) magnetu – vznik **indukovaného proudu**.
- ✓ **Práce** připadající na jednotkový náboj při vzniku tohoto proudu – **indukované emn**.
- ✓ Proces vytvoření proudu – **elektromagnetická indukce** (základ činnosti elektrického generátoru)
- ✓ Zapnutí a vypnutí proudu spínačem S.



Kdy vzniká induk. proud? Co se mění? Zjistil Faraday.

Faradayův zákon elektromagnetické indukce:

Ve smyčce se indukuje *emn*, když se mění počet indukčních čar procházejících plochou smyčky.

MATEMATICKÉ VYJÁDŘENÍ FARADAYOVA ZÁKONA

Tok elektrické intenzity:

$$\Phi_E = \int_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Magnetický indukční tok smyčkou:

$$\Phi_B = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Faradayův zákon:

Velikost *emf* indukovaného ve vodivé smyčce je rovna rychlosti změny magnetického indukčního toku Φ_B procházejícího touto smyčkou.

Faradayův indukční zákon (pro 1 závit)

$$emf = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

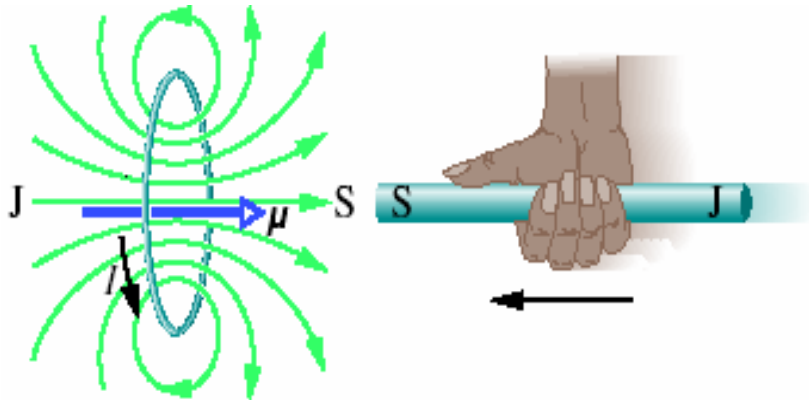
pro cívku s N závitů

$$emf = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Jednotkou magnetického indukčního toku je 1 weber = 1 Wb = 1 T.m².

LENZŮV ZÁKON

Určuje směr indukovaného proudu ve smyčce:

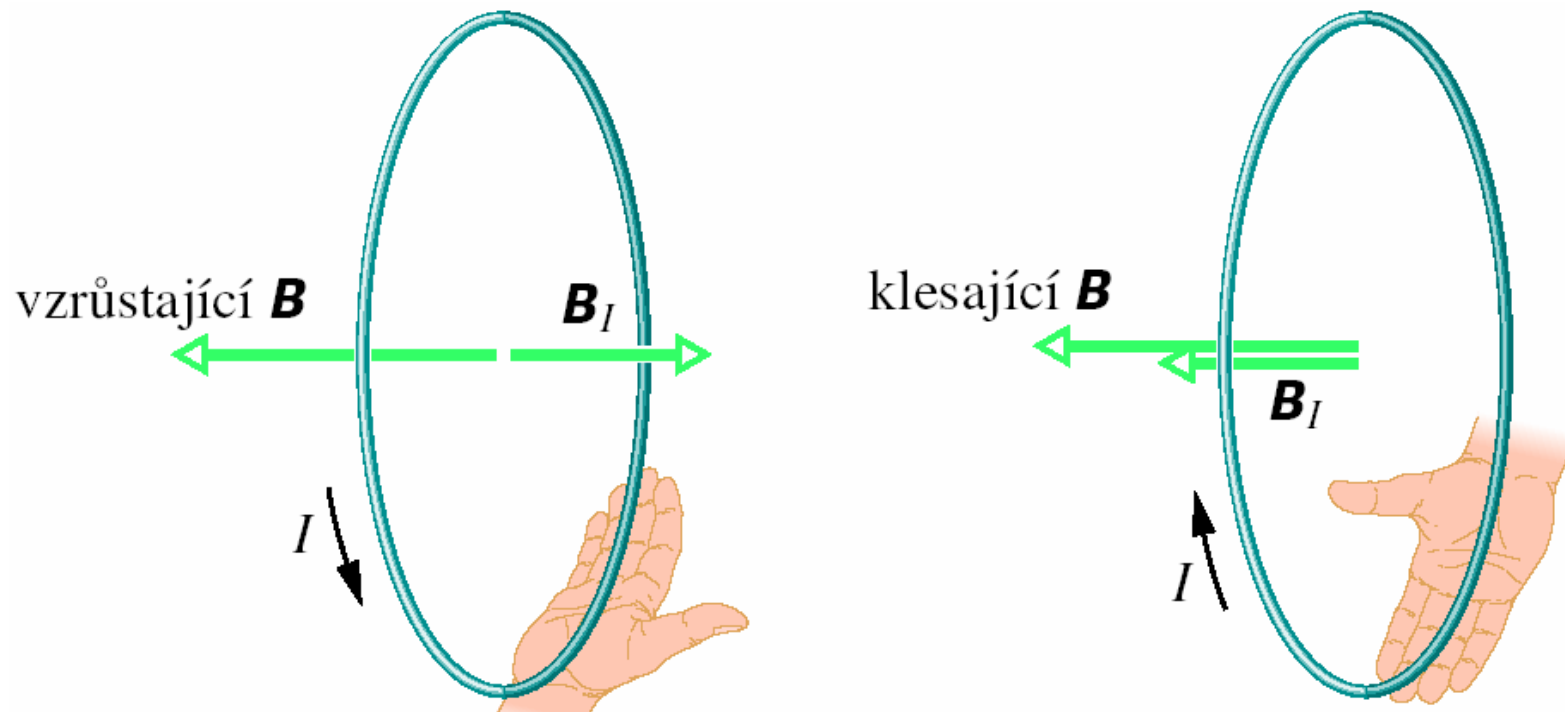


Indukovaný proud má takový směr, že magnetické pole vzbuzené tímto proudem působí *proti změně* magnetického pole, která proud indukovala.

Jak použít Lenzův zákon? Ukázka 2 rovnocennými způsoby, kdy severní pól magnetu přibližujeme k vodivé smyčce.

a) Působení proti pohybu pólu. Přibližujeme-li S pól magnetu ke smyčce, roste magnetické pole v ploše smyčky a ve smyčce se indukuje proud. Přitom magnetický dipólový moment $\vec{\mu}$ směřuje od J k S. Aby byl magnet podle Lenzova zákona odpuzován a působilo se *proti* narůstání magnetického pole způsobeného přibližujícím se magnetem, musí S pól smyčky (a tedy i $\vec{\mu}$) směřovat k přibližujícímu se S pólu magnetu. Podle pravidla pravé ruky pro $\vec{\mu}$ proud I indukovaný ve smyčce teče ve směru vyznačeném na obr.

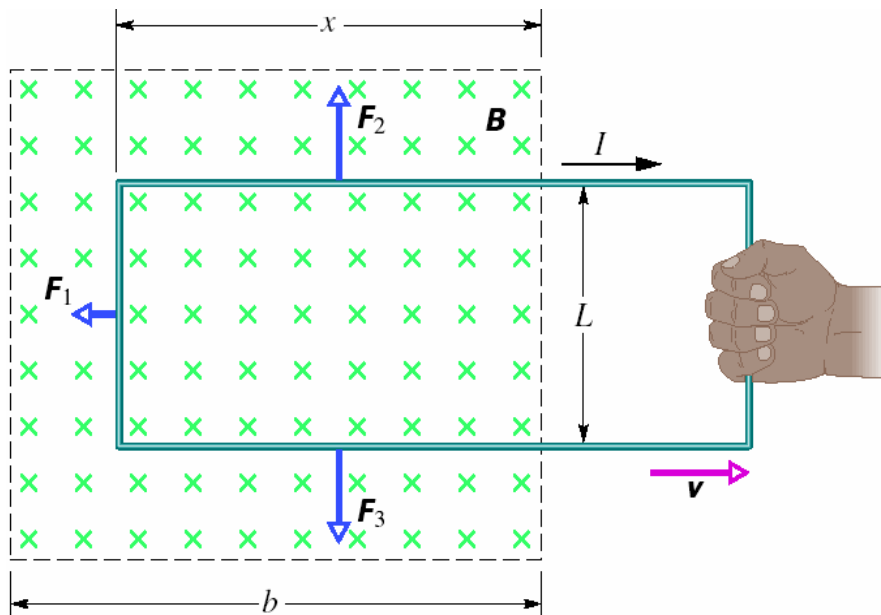
b) Působení proti změně magnetického toku. Podle předcházejícího obr. neprochází smyčkou žádný magnetický indukční tok, pokud je magnet daleko. Když se S pól magnetu blíží ke smyčce, je jeho magnetické pole \vec{B} namířeno *doleva* a tok smyčkou roste (viz obr. na této straně). Aby se bránilo růstu magnetického toku, musí indukovaný proud I vytvořit vlastní pole \vec{B}_I uvnitř smyčky namířené *doprava*, jak ukazuje obr. Potom tok pole \vec{B}_I zeslabuje rostoucí tok pole \vec{B} . Podle pravidla pravé ruky musí proud I téci v tomto případě proti směru oběhu hodinových ručiček.



INDUKCE A PŘENOSY ENERGIE

Indukční tok cívkou měníme různě:

1. Měníme velikost \vec{B} magnetického pole v cívce (např. 31.2.).
2. Měníme úhel mezi směrem magnetického pole \vec{B} a plochou cívky (například otáčením cívky) tak, aby se měnil počet indukčních čar procházejících plochou cívky (např. 31.25.).
3. Měníme obsah průřezu cívky, resp. té části plochy, která leží v mg. poli (rozpínáním cívky, vysouváním cívky z magnetického pole) – např. 31.5.



K bodu 3.: Uzavřenou vodivou smyčku vytahujeme konstantní rychlostí \vec{v} z magnetického pole, kde $\vec{B} = \text{konst}$. Během pohybu se ve smyčce indukuje proud I ve směru otáčení hodinových ručiček a na části smyčky v magnetickém poli působí síly \vec{F}_1 , \vec{F}_2 a \vec{F}_3 .

Výkon potřebný k vytahování smyčky: $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv,$

kde $F = F_B = F_1$, poněvadž síly \vec{F}_2 a \vec{F}_3 se vzájemně ruší - stejně velké, opačného směru.

Ampérova síla (tu přemáháme) $F = F_1 = ILB \sin 90^\circ = ILB.$

Proud I vyjádříme z Ohmova zákona $I = \frac{emv}{R}$ (R je celkový odpor smyčky).

Indukční tok je pak $\Phi_B = BS = BLx,$

kde x je délka smyčky v mg. poli

a $emv = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = BL\left(-\frac{dx}{dt}\right) = BLv,$

kde v je rychlost, se kterou smyčku z mg. pole vytahujeme ($x(t)$ se s časem zmenšuje).

Pak
$$I = \frac{BLv}{R} \quad \text{a} \quad F = ILB = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

a hledaný výkon vnější síly při vytahování smyčky

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

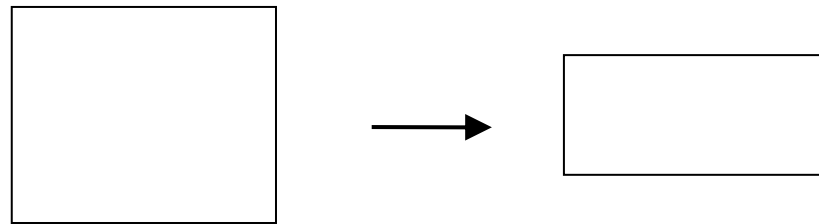
Tepelný výkon - ve smyčce se vyvíjí Joulovo teplo;

Vytahujeme-li smyčku stálou rychlostí, pak je výkon

$$P = I^2 R = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R},$$

Práce síly \vec{F} vynaložená při vytahování smyčky se projeví nárůstem vnitřní energie smyčky a tím i zvýšením její teploty.

HRW - 31.5. V homogenním magnetickém poli umístíme rovinnou čtvercovou smyčku o straně 20 cm a odporu 20 mΩ tak, že magnetická indukce o velikosti $B = 2,0$ T je kolmá k rovině smyčky. Protáhneme smyčku tak, že se dvě protilehlé strany vzdálí a zbývající dvě přiblíží a celkově se zmenší plocha smyčky. Za dobu $\Delta t = 0,20$ s zmenšíme plochu až na nulu. Jaké je a) průměrné indukované emn, b) průměrný proud indukovaný ve smyčce během Δt ?



a) Magnetický tok uzavřenou plochou je

$$\Phi_B = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Poněvadž jsou vektory \vec{B} a $d\vec{S}$ souhlasně rovnoběžné, je $\Phi_B = \int_{(S)} B dS.$

Magnetická indukce je konstantní a plocha se za Δt změní o $\Delta S = S_2 - S_1$.

Průměrné indukované elektromotorické napětí pak je

$$emn = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t} = -B\frac{S_2 - S_1}{\Delta t} = -B\frac{0 - a^2}{\Delta t} = B\frac{a^2}{\Delta t}.$$

Po vyčíslení je $emn = 2\frac{0,2^2}{0,2} \text{ V} = 0,4 \text{ V}.$

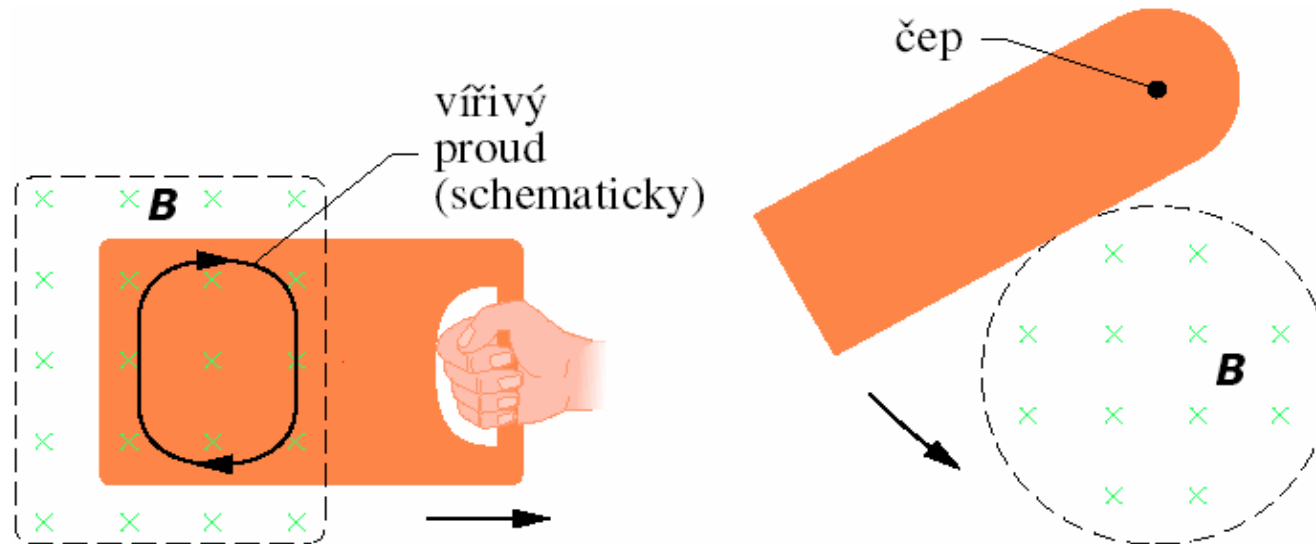
b) Průměrný proud indukovaný za dobu Δt ve smyčce je

$$I = \frac{emn}{R} = \frac{0,4}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ A} = 20 \text{ A}.$$

Hledané průměrné indukované je $emn = 0,4 \text{ V}$ a proud je $I = 20 \text{ A}.$

VÍŘIVÉ PROUDY

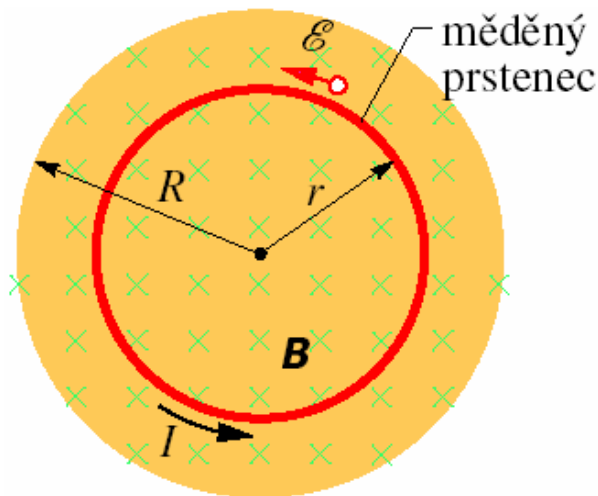
Pokud se nahradí vodivá smyčka tuhou vodivou deskou, která se pohybuje v magnetickém poli, indukují se v ní proudy, jejichž směry se nepravidelně mění. Jmenují se proto **vířivé proudy**.



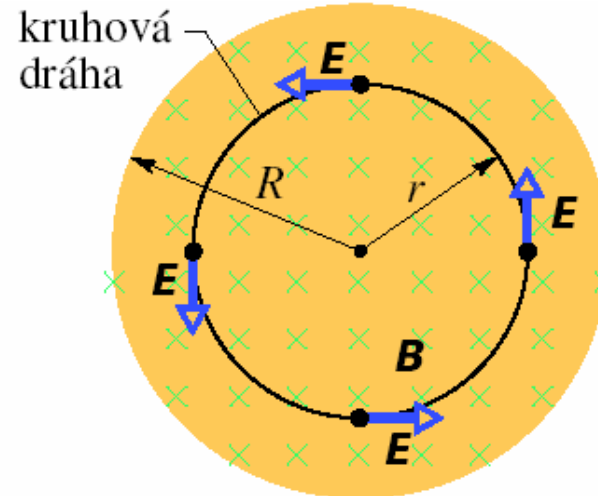
a) Při vytahování pevné vodivé desky z mg. pole, indukují se v ní *vířivé proudy*. Na obr. je uzavřená křivka charakterizující vířivý proud; ten obíhá ve směru otáčení hodinových ručiček.

b) Vodivá deska se kývá kolem čepu jako kyvadlo, přičemž vstupuje do mg. pole. Vířivé proudy se indukují během každého vstupu do magnetického pole i výstupu z něj. Přitom se část mechanické energie disipuje a pohyb kyvadla se tlumí.

INDUKOVANÉ ELEKTRICKÉ POLE



(a)



(b)

- a) Narůstá-li magnetické pole rovnoměrně s časem, pak podle Farad. zákona vzniká v prstenci indukované emf a tím i stálý **indukovaný proud**. Z Lenzova zákona plyne, že indukovaný proud I **směřuje proti směru otáčení hodinových ručiček**.

Teče-li měděným prstencem proud, musí být podél prstence elektrické pole – **indukované elektrické pole** \vec{E} . Je reálné jako elektrické pole vytvořené statickými náboji. Obě pole působí silou $Q_0\vec{E}$ na částici o náboji Q_0 .

Tato úvaha vede k **přeformulování Faradayova zákona** elmag. indukce

Měnící se magnetické pole vytváří pole elektrické.

b) Podle této formulace se elektrické pole v prostoru indukuje, i když je prstenec odstraněn.

Uvažujme částici s kladným nábojem pohybující se po kružnici. Práce na náboji Q_0 vykonaná elektrickým polem při jednom oběhu je

$$W = Q_0 emn,$$

kde emn je induk. emn představující práci připadající na jednotk. náboj.

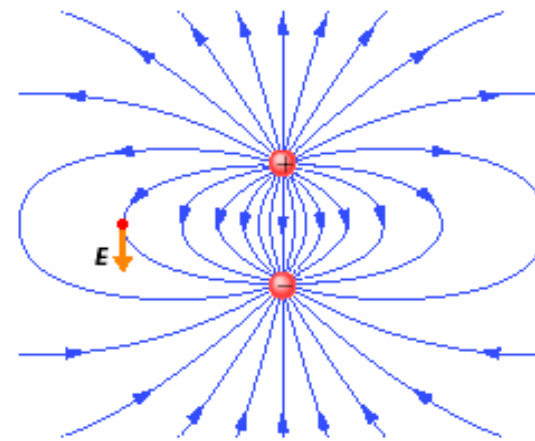
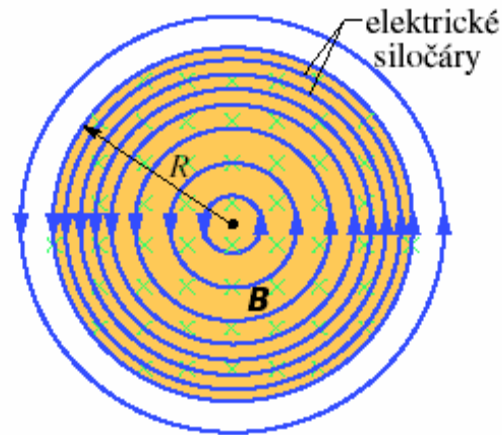
Obecně pro tuto práci platí
$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint Q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Z těchto rovnic můžeme **Faradayův zákon** uvést v nejobecnějším tvaru:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Měnicím se magnetickým polem je indukováno elektrické pole.

Indukované elektrické pole není vyjádřeno statickými náboji, ale měnícím se magnetickým polem. Rozdíl se projevuje také tím, že **siločáry indukovaných elektrických polí vytvářejí uzavřené křivky**, siločáry statických nábojů začínají na kladných nábojích a končí na záporných.



Proto rozdíl mezi elektrickým polem vytvořeným elektromagnetickou indukcí a polem statických nábojů můžeme vyjádřit slovy:

Elektrický potenciál má smysl jen pro pole statických nábojů. Nelze ho zavést pro elektrická pole vzniklá elektromagnetickou indukcí.

Pro **elektrostatické pole**, je-li integrační cesta uzavřená, platí:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

CÍVKA (INDUKTOR) A INDUKČNOST

Elektrické pole můžeme vytvořit **kondenzátorem**, magnetické pole **cívkou**.

Proud I , tekoucí jedním závitem cívky, vytváří uvnitř závitu indukční magnetický tok Φ_B , který je přímo úměrný proudu I . Všechny N závitů cívky vytvoří celkový tok $N \cdot \Phi_B$ rovněž přímo úměrný proudu; konstantu úměrnosti L ve vztahu

$$N\Phi_B = LI$$

nazýváme (**vlastní**) **indukčnost**, která je definována vztahem

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

Její velikost závisí na tvaru a rozměrech cívky (pokud není cívka ve vakuu, pak i na magnetických vlastnostech prostředí).

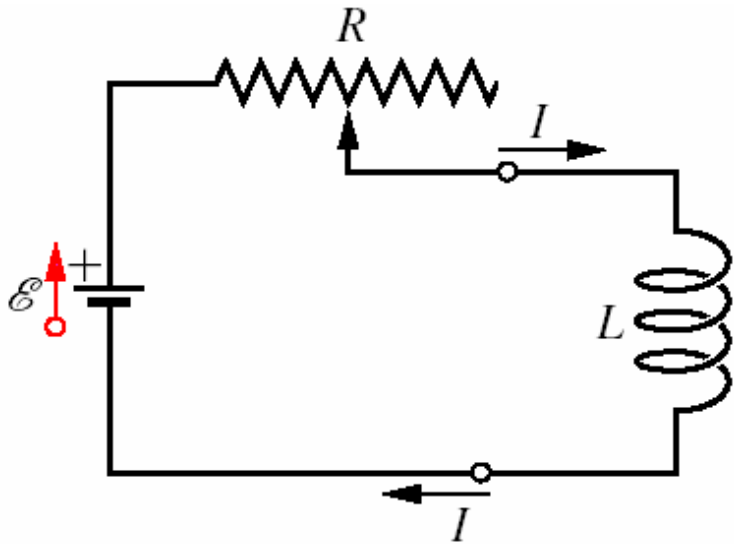
Jednotkou indukčnosti je 1 henry = 1H = 1 T.m².A⁻¹.

VLASTNÍ INDUKCE (SAMOINDUKCE)

V každé cívce, v níž se elektrický proud mění, vzniká indukované emn .

Tento jev se nazývá **vlastní indukce** (také **samoindukce**).

Např.: Posouváním kontaktu po rezistoru měníme proud v cívce. Při této změně vzniká v cívce indukované emn .



Toto indukované emn

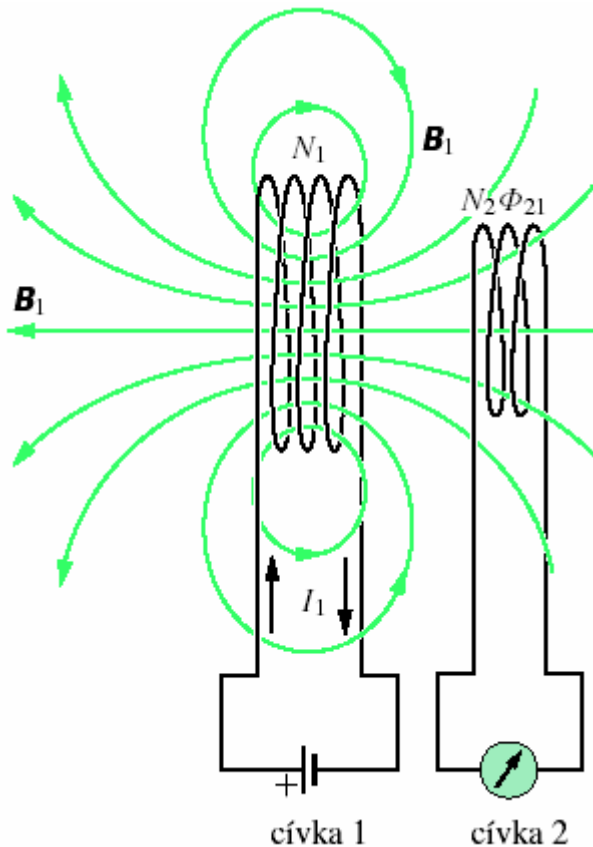
$$emn = -\frac{d}{dt}(N\Phi_B) = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}$$

závisí na rychlosti změny proudu.

Sama velikost proudu na indukované emn nemá vliv.

Směr indukovaného emn určíme podle Lencova zákona (zmanénko mínus znamená, že indukované emn brání změně, která jej vyvolala).

VZÁJEMNÁ INDUKČNOST



Jsou-li dvě cívky (označené 1 a 2) blízko sebe, pak proměnný proud v první z nich indukuje *emn* ve

druhé cívce
$$emn_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$N_2 \Phi_{21} \sim I_1 \quad \Rightarrow \quad N_2 \Phi_{21} = M_{21} I_1$$

Konstantou úměrnosti M_{21} je tzv. vzájemná indukčnost, která závisí na geometrii vodičů, poloze a orientaci cívek, na magnet. vlastnostech prostředí

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}$$

Měníme-li proud I_1 , je
$$N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

a
$$emn_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$
 obdobně
$$emn_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$
.

Konstanty úměrnosti jsou stejné, tj. $M_{21} = M_{12} = M$ (měřená v henry).

ENERGIE MAGNETICKÉHO POLE

Cívka uchovává magnetickou energii (stejně jako kondenzátor uchovává elektrickou energii)

Např.: Cívka o indukčnosti L v obvodu. Při zapojení proudu, vzniká indukované elektromotorické napětí

$$emf = -L \frac{dI}{dt}$$

Aby vznikl proud I v cívce o indukčnosti L , je třeba vykonat práci na překonání emf indukovaného vlivem vlastní indukce. Vykonaná práce odpovídá energii vytvořeného magnetického pole. Při elektromagnetické indukci se za dt zvětší proud o dI a energie magnetického pole cívky se zvětší

$$dW = -emf dQ = -emf Idt = -\left(-L \frac{dI}{dt}\right) Idt = LI dI = dE_m.$$

Pak integrací (pro $I' \in < 0, I >$) dostaneme vztah pro energii magnetického pole cívky

$$E_m = \int_0^I LI' dI' = \frac{1}{2} LI^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2$$

HUSTOTA ENERGIE MAGNETICKÉHO POLE

Uvažujme dlouhý solenoid s průřezem o obsahu S . V úseku délky l (ne blízko krajů) je obsažena energie

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{N\Phi_B}{I} I^2 = \frac{1}{2} nlBSI$$

Magnetické pole je uvnitř objemu V homogenní, vně solenoidu nulové.

Hustota energie – energie připadající na jednotku objemu

$$w_m = \frac{E_m}{V} = \frac{\frac{1}{2} nlBSI}{Sl} = \frac{1}{2} nBI.$$

Pro pole v solenoidu platí $B = \mu_0 nI \quad \Rightarrow \quad nI = \frac{B}{\mu_0}.$

Pak **hustotu energie** magnet. pole vyjádříme pomocí magnetické indukce

(platí pro libovolné mg. pole) $w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$ (v elektr. poli je $w_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$).

HRW - 31.2. Uvnitř dlouhého solenoidu (n závitů na jednotku délky) je malá smyčka o ploše S protékána proudem I . Osa smyčky je shodná s osou solenoidu. Proud solenoidem je dán vztahem $I = I_m \sin \omega t$. Určete emf indukované ve smyčce.

HRW - 31.25. Obdélníková cívka má N závitů a délky stran a a b . Otáčí se s frekvencí f v homogenním magnetickém poli \vec{B} , jak ukazuje obr. Cívka se otáčí spolu s válci, kontakt zajišťují připojené kovové kartáčky.

a) Ukažte, že indukované emf v cívce je dáno v závislosti na čase vztahem

$$emf(t) = 2\pi f NabB \sin(2\pi f t) = emf_m \sin(2\pi f t).$$

(Na tomto principu je založen běžný generátor střídavého proudu.)

b) Navrhněte smyčku, která bude při 60 otáčkách za sekundu v magnetickém poli o indukci 0,500 T generovat $emf_m = 150$ V.

