



Fyzika I.

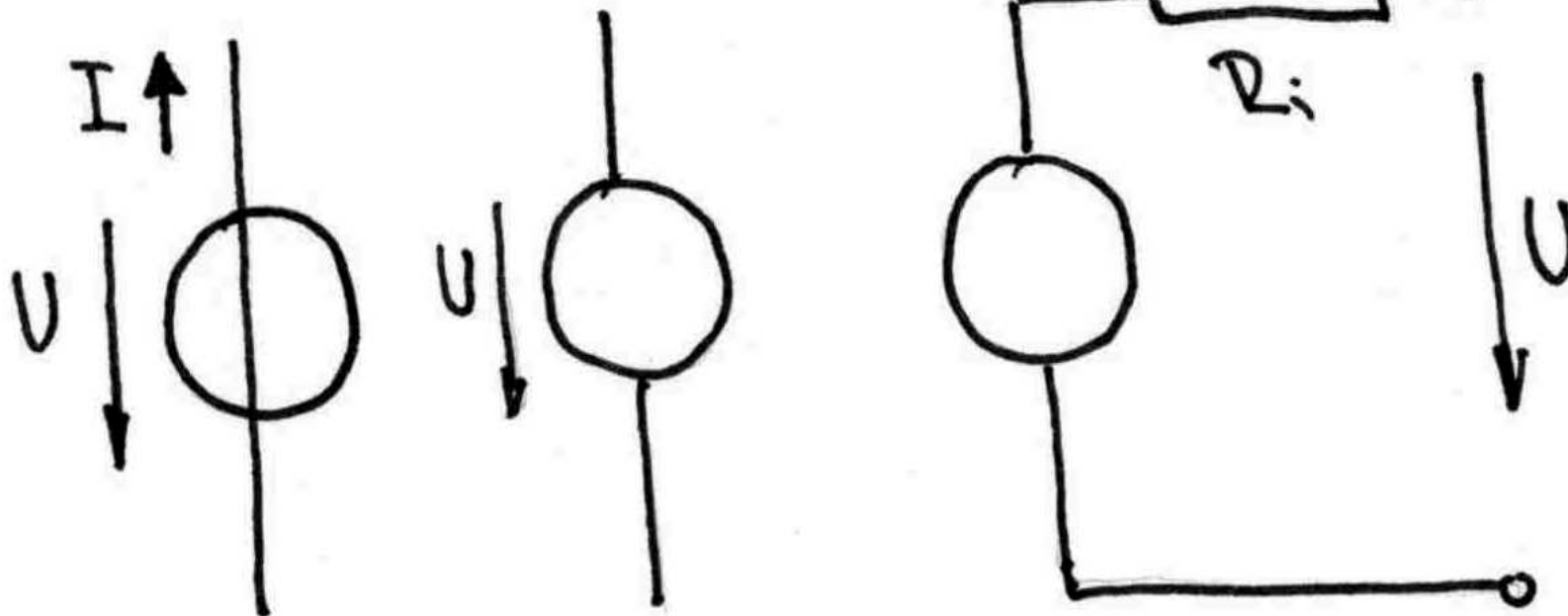
Obvody

Petr Sadovský

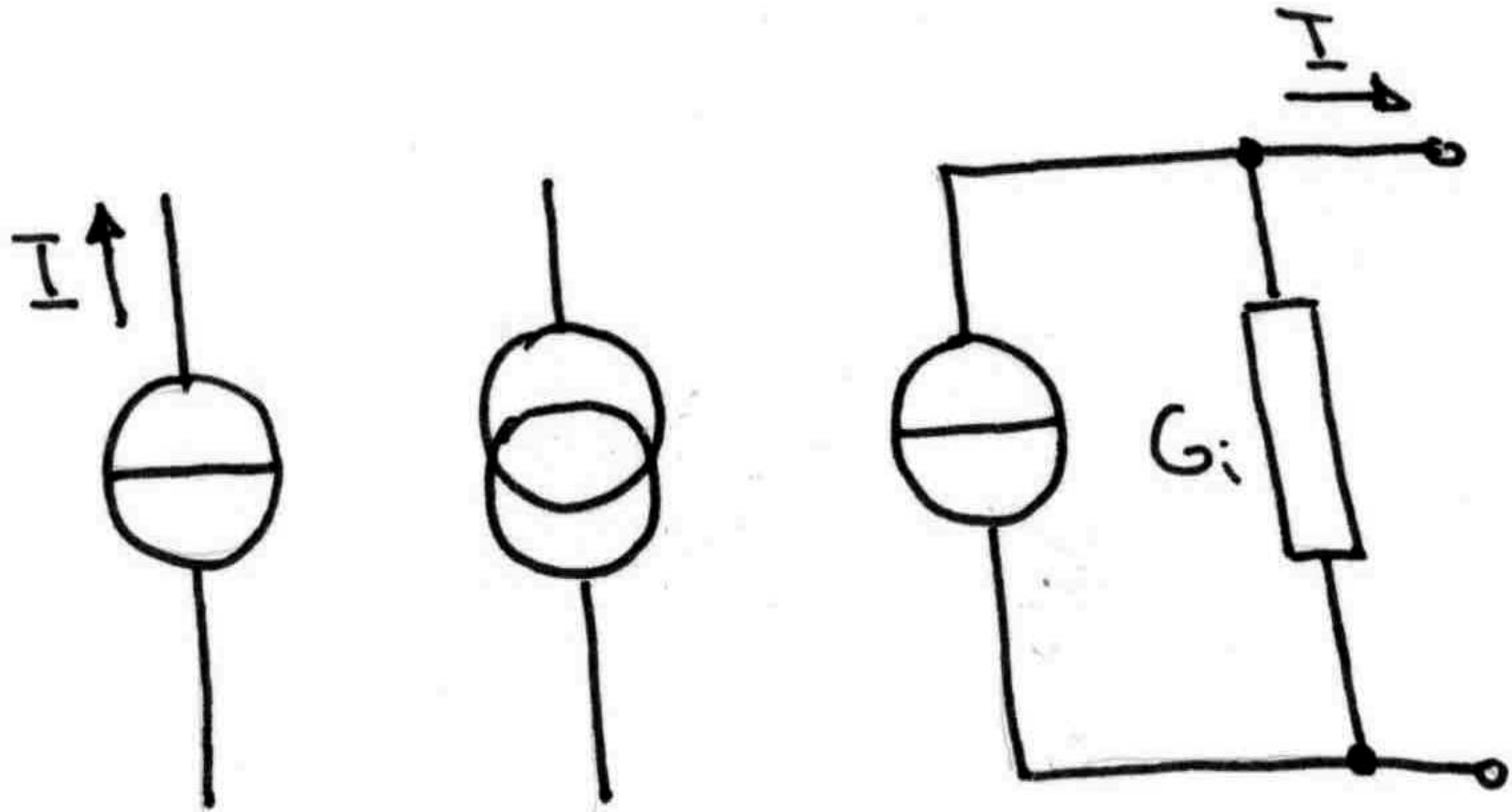
`petrsad@feec.vutbr.cz`

ÚFYZ FEKT VUT v Brně

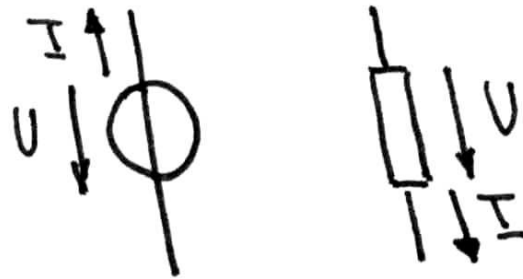
Zdroj napětí



Zdroj proudu

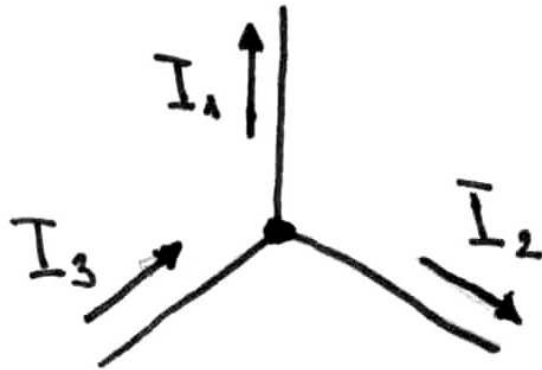


Zdrojová a spotřebičová orientace



- 6 Elektronické zařízení má zdrojovou orientaci a chová se jako zdroj, pokud šipky napětí a proudu směřují obráceným směrem.
- 6 Elektronické zařízení nebo součástka má spotřebičovou orientaci a chová se jako spotřebič, pokud šipky napětí a proudu směřují stejným směrem.

I. Kirchhoffův zákon

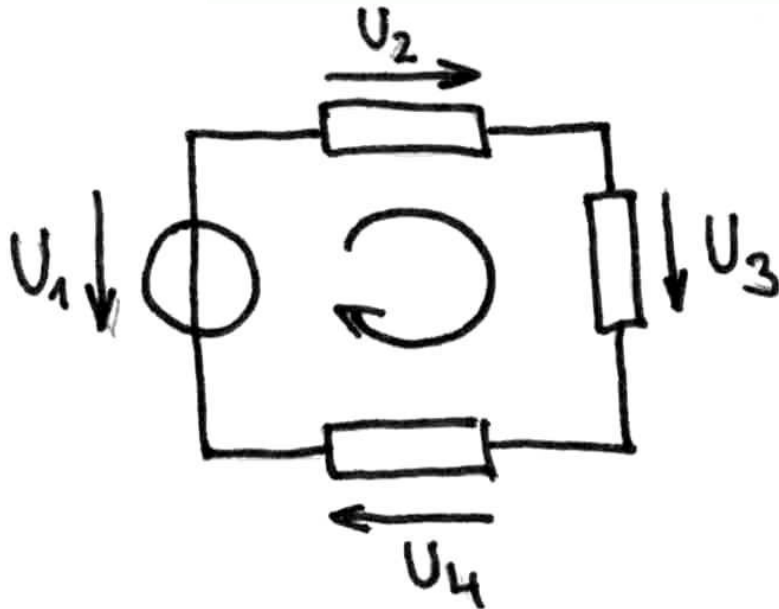


$$\sum_{j=0}^n I_j = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Algebraický součet proudů do uzlu vtékajících a z uzlu vytékajících je roven nule.

II. Kirchhoffův zákon

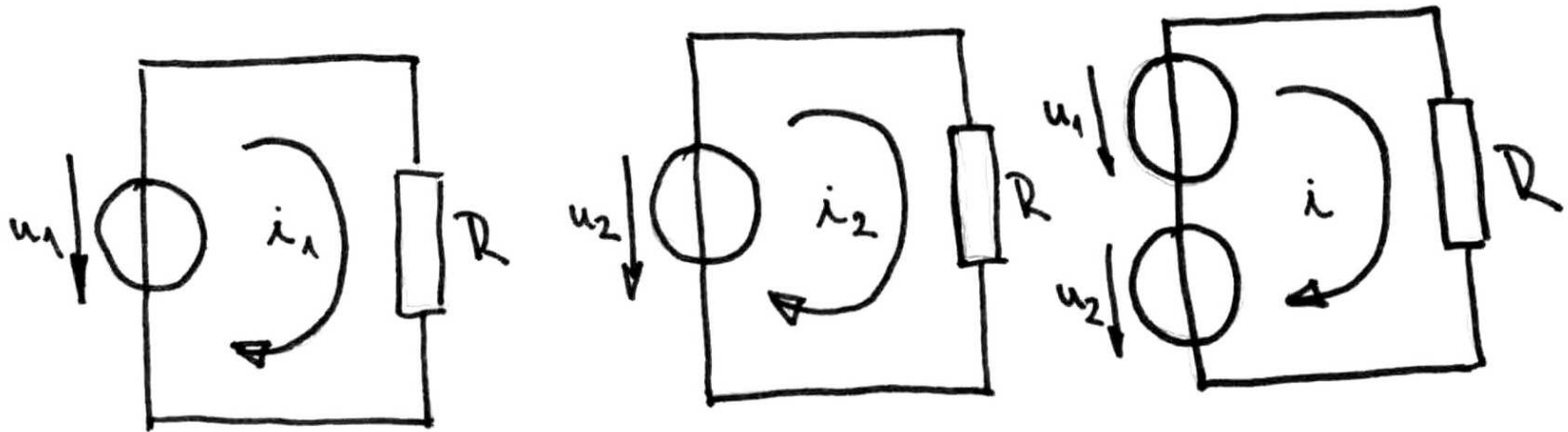


$$\sum_{j=0}^n U_j = 0$$

$$U_2 + U_3 + U_4 - U_1 = 0$$

Algebraický součet napětí, vzatých podél orientované smyčky, je roven nule.

Princip superpozice



Princip superpozice lze zobecnit pro libovolný počet zdrojů napětí i proudů.

Princip superpozice

Pro nelineární rezistor princip superpozice neplatí:

Př. Pokud je rezistor nelineární, např. $i = f(u) = au^2$, kde a je konstanta, pak

$$i_1 = au_1^2, i_2 = au_2^2$$

ale

$$i = a(u_1 + u_2)^2 = au_1^2 + au_2^2 + 2au_1u_2$$

Člen $2au_1u_2$ vzniká působením obou napětí na nelineární součástce.

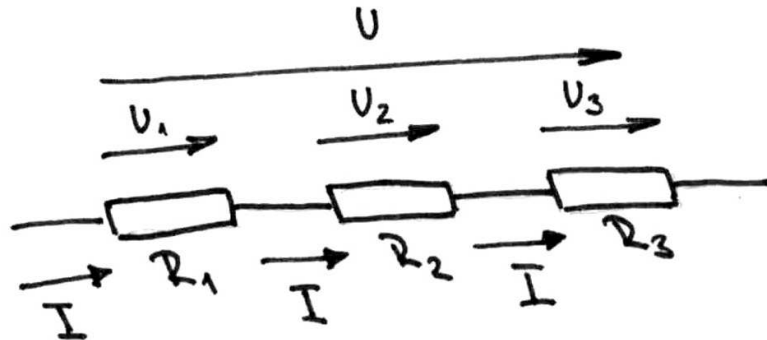
Metoda postupného zjednodušování obvodu



Metoda postupného zjednodušování obvodu spočívá v postupném nahrazování sériového nebo paralelního zapojení rezistorů jedním prvkem. Ve vzniklém jednoduchém obvodu se pak určí celkový proud obvodem (nebo napětí) a obráceným směrem se vypočítají všechny další neznáme hodnoty napětí a proudů.

Metoda postupného zjednodušování obvodu

Sériové zapojení rezistorů



$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$R = \frac{U}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

obecně platí

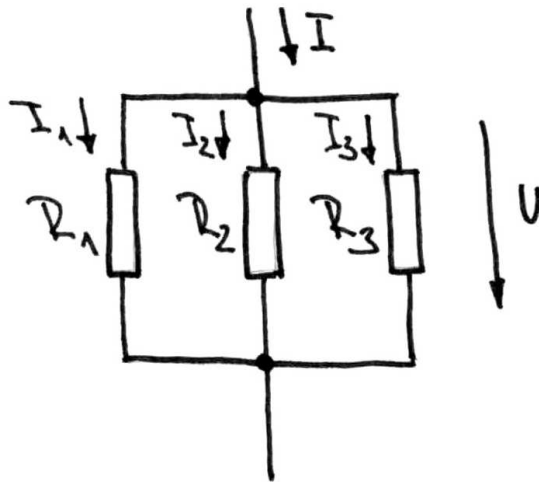
$$R = \sum_{j=1}^n R_j$$

Výsledný odpor všech sériově spojených rezistorů je vždy větší, než největší z nich.

Metoda postupného zjednodušování obvodu

Paralelní zapojení rezistorů

Na všech paralelně spojených prvcích je stejné napětí.
Výsledný proud je dán součtem dílčích proudů
v jednotlivých větvích.



$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}}$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Metoda postupného zjednodušování obvodu

Obecně platí

$$G = \sum_{j=1}^n G_j \Rightarrow R = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n G_j}$$

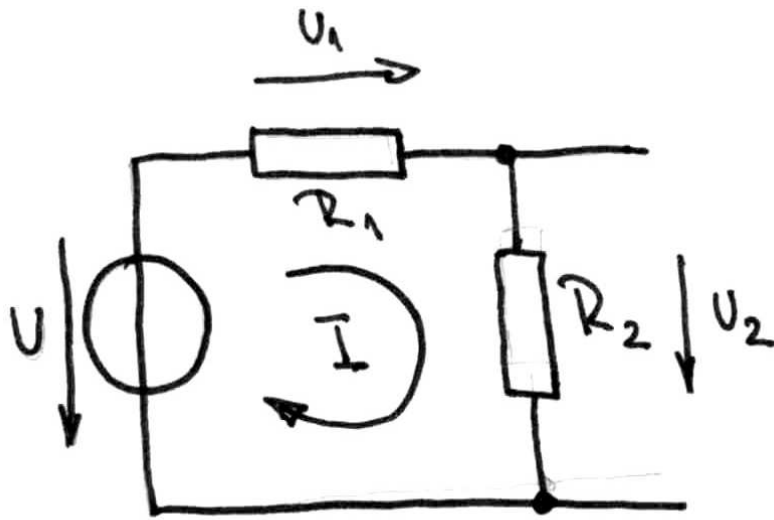
Pro dva rezistory platí:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Pro paralelní řazení rezistorů se občas používá zkrácené označení $R = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \dots$

Výsledný odpor všech paralelně spojených rezistorů je vždy menší, než nejmenší z nich.

Nezatížený napěťový dělič



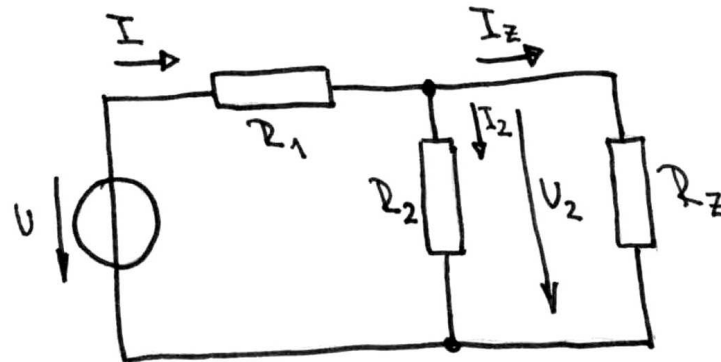
$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$U_1 = R_1 I = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = R_2 I = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

U_2 je obvykle výstupní napětí děliče.

Zatížený napěťový dělič

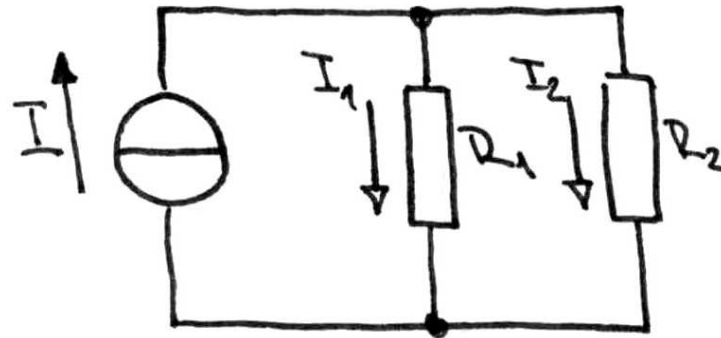


$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 \parallel R_z} = \frac{U}{R_1 + \left(\frac{R_2 R_z}{R_2 + R_z}\right)}$$

$$U_2 = I(R_2 \parallel R_z) = \frac{U}{R_1 + \left(\frac{R_2 R_z}{R_2 + R_z}\right)} \cdot \frac{R_2 R_z}{R_2 + R_z}$$

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2 R_z}{R_1 R_2 + R_1 R_z + R_2 R_z}$$

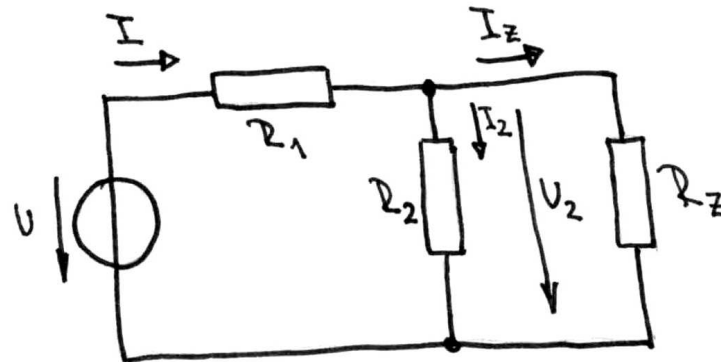
Proudový dělič



$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Napět'ový dělič – příklad



Odporový dělič připojený na zdroji napětí $U = 12\text{V}$ je tvořen rezistory o odporech $R_1 = 700\Omega$ a $R_2 = 500\Omega$. Vypočtete:

a) Jaké výstupní napětí nezatíženého děliče U_2 ?

$$U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{500}{700 + 500} = 5\text{V}$$

Napět'ový dělič – příklad

- b) Jaké je výstupní napětí děliče U_{2z} , pokud je dělič zatížen rezistorem, který má odpor $R_z = 500\Omega$, jaký proud I_2 protéká rezistorem R_2 a jaký proud I_z protéká rezistorem R_z ?

$$U_{2z} = U \cdot \frac{R_2 R_z}{R_1 R_2 + R_1 R_z + R_2 R_z} = 12 \cdot \frac{500 \cdot 500}{700 \cdot 500 + 700 \cdot 500 + 500 \cdot 500}$$

$$I_2 = \frac{U_{2z}}{R_2} = \frac{3,16}{500} = 6,3\text{mA}$$

$$I_z = \frac{U_{2z}}{R_z} = \frac{3,16}{500} = 6,3\text{mA}$$

Napět'ový dělič – příklad

- c) Jaké je výstupní napětí děliče U_{2z} , pokud je dělič zatížen rezistorem, který má odpor $R_z = 5000\Omega$, jaký proud I_2 protéká rezistorem R_2 a jaký proud I_z protéká rezistorem R_z ?

$$U_{2z} = U \cdot \frac{R_2 R_z}{R_1 R_2 + R_1 R_z + R_2 R_z}$$

$$U_{2z} = 12 \cdot \frac{500 \cdot 5000}{700 \cdot 500 + 700 \cdot 5000 + 500 \cdot 5000} = 4,72\text{V}$$

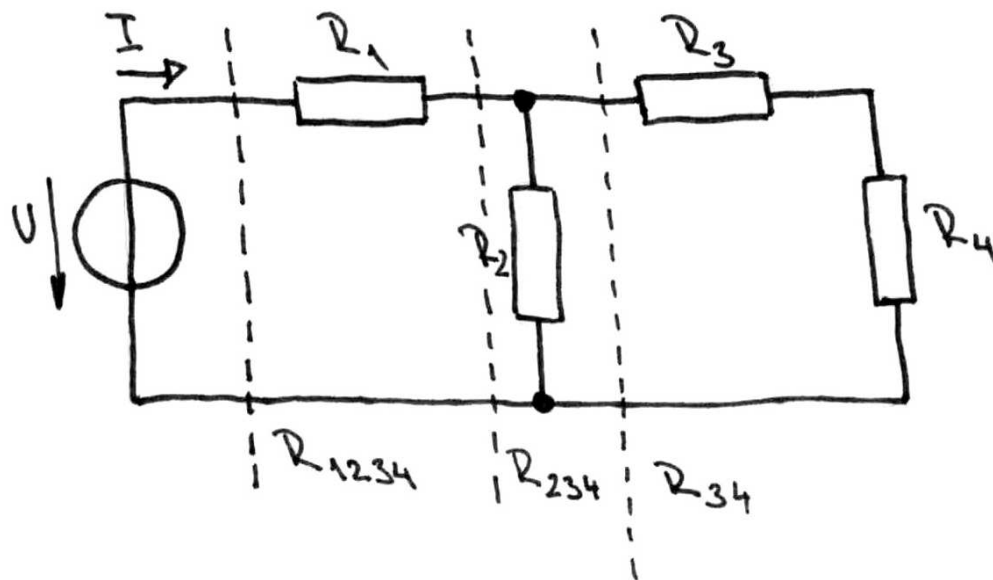
Napět'ový dělič – příklad

$$I_2 = \frac{U_{2z}}{R_2} = \frac{4,72}{500} = 9,4\text{mA}$$

$$I_z = \frac{U_{2z}}{R_z} = \frac{3,16}{500} = 0,94\text{mA}$$

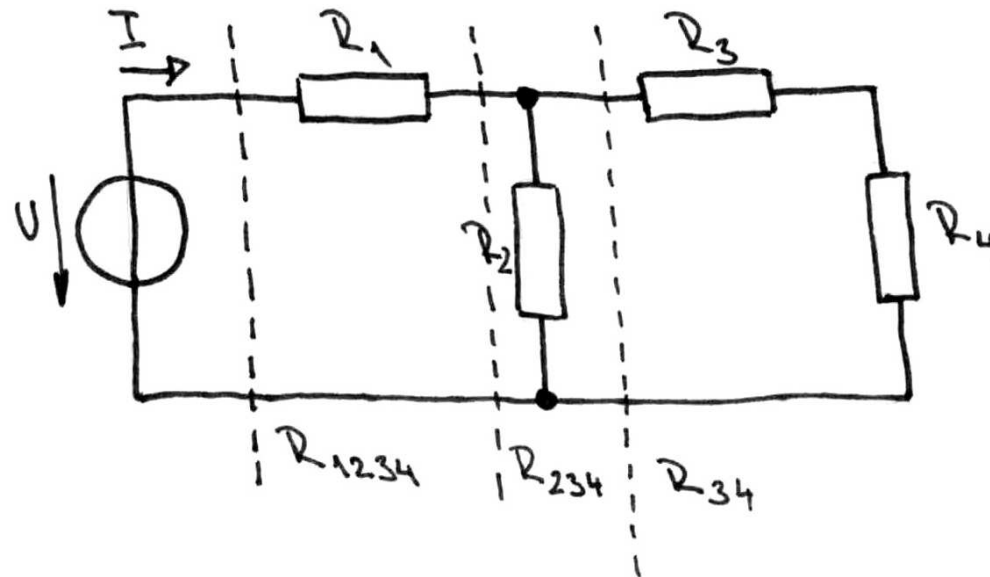
U odporových děličů by měl být proud tekoucí do zátěže minimálně $10\times$ tak menší než proud tekoucí odporem R_2 .

Metoda postupného zjednodušování obvodu – příklad



Vypočtete proud I tekoucí ze zdroje napětí $U=5\text{V}$ do obvodu. $R_1 = 15\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 8\Omega$, $R_4 = 2\Omega$.

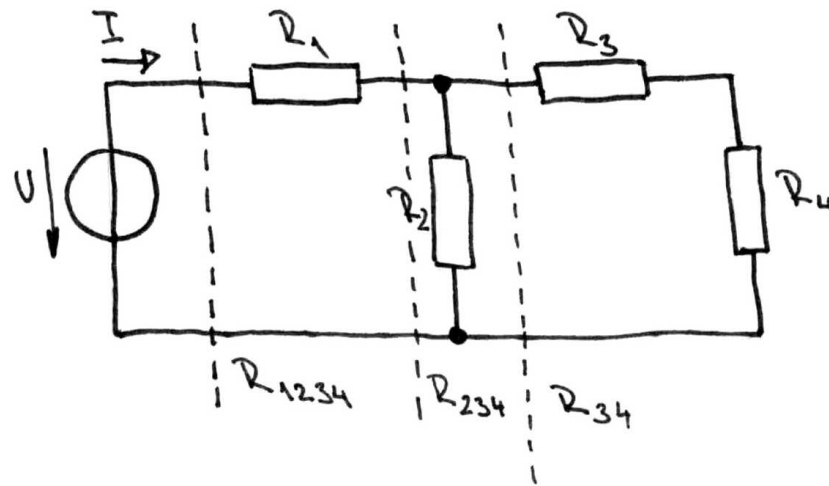
Metoda postupného zjednodušování obvodu – příklad



Rezistory R_3 a R_4 jsou zapojeny v sérii a lze je tedy nahradit jedním rezistorem R_{34} , jehož hodnota odporu je rovna součtu hodnot odporů obou rezistorů.

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 8 + 2 = 10\Omega$$

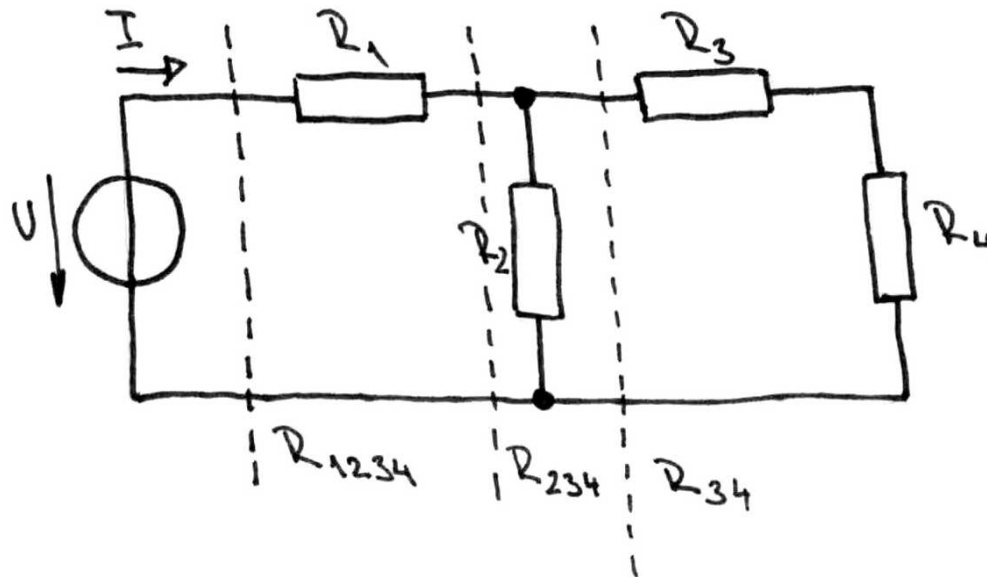
Metoda postupného zjednodušování obvodu – příklad



Rezistory R_2 a R_{34} jsou zapojeny paralelně a lze je tedy nahradit jedním rezistorem R_{234} . Jeho hodnotu lze určit podle vztahu pro paralelní řazení rezistorů.

$$R_{234} = R_2 \parallel R_{34} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5\Omega$$

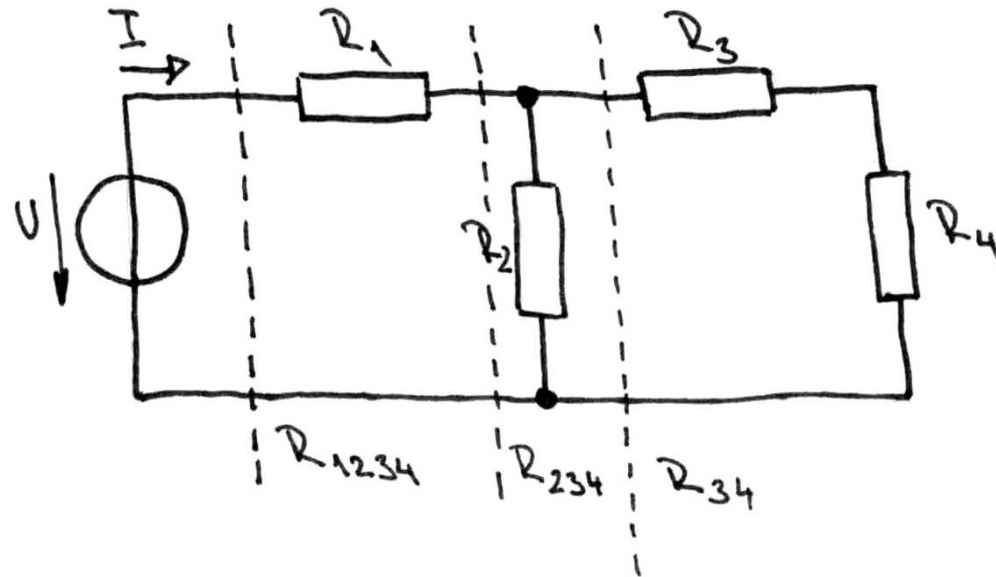
Metoda postupného zjednodušování obvodu – příklad



Rezistory R_1 a R_{234} jsou zapojeny v sérii a lze je tedy nahradit jedním rezistorem R_{1234} , jehož hodnota odporu je rovna součtu hodnot odporů obou rezistorů.

$$R_{1234} = R_1 + R_{234} = 15 + 5 = 20\Omega$$

Metoda postupného zjednodušování obvodu – příklad



Proud tekoucí obvodem se pak určí z Ohmova zákona

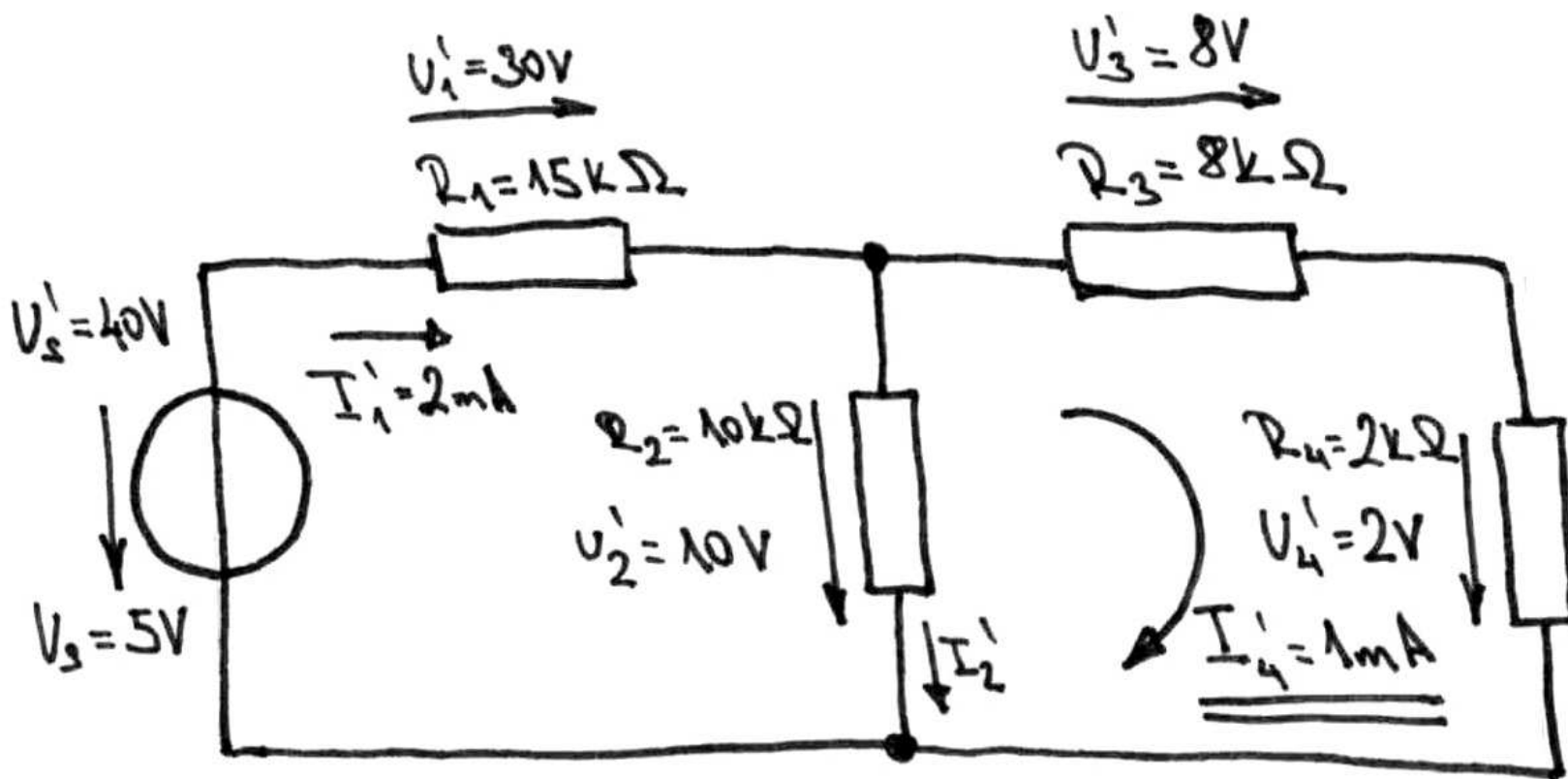
$$I = \frac{U}{R_{1234}} = \frac{5}{20} = 0,25\text{A}$$

Metoda úměrných veličin

Metoda úměrných veličin je vhodná především pro jednoduché lineární obvody s jedním nezávislým zdrojem. Je založena na principu úměrnosti, kde R jsou právě konstanty úměrnosti. Postup:

1. Odhadneme (určíme) napětí, respektive protékající proud v některé části obvodu.
2. Postupně dopočítáme všechna napětí a proudy v obvodu.
3. Následně se hodnoty přepočítají s ohledem na skutečné parametry napájecího zdroje.

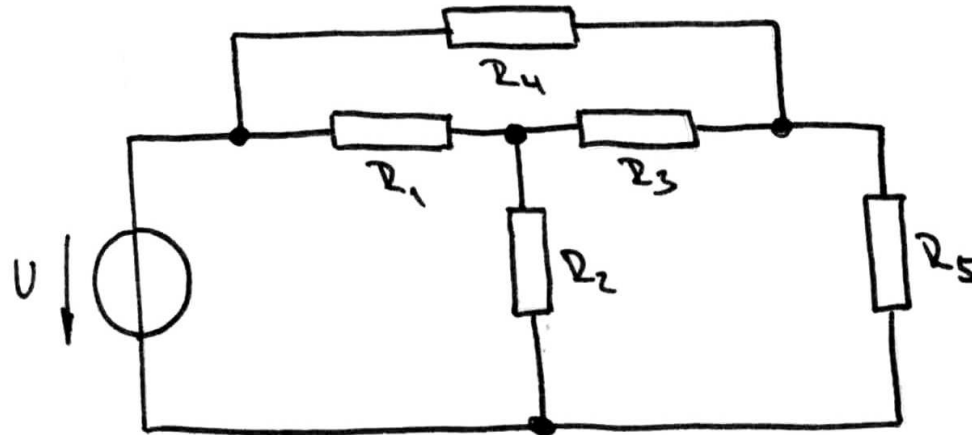
Metoda úměrných veličin – příklad



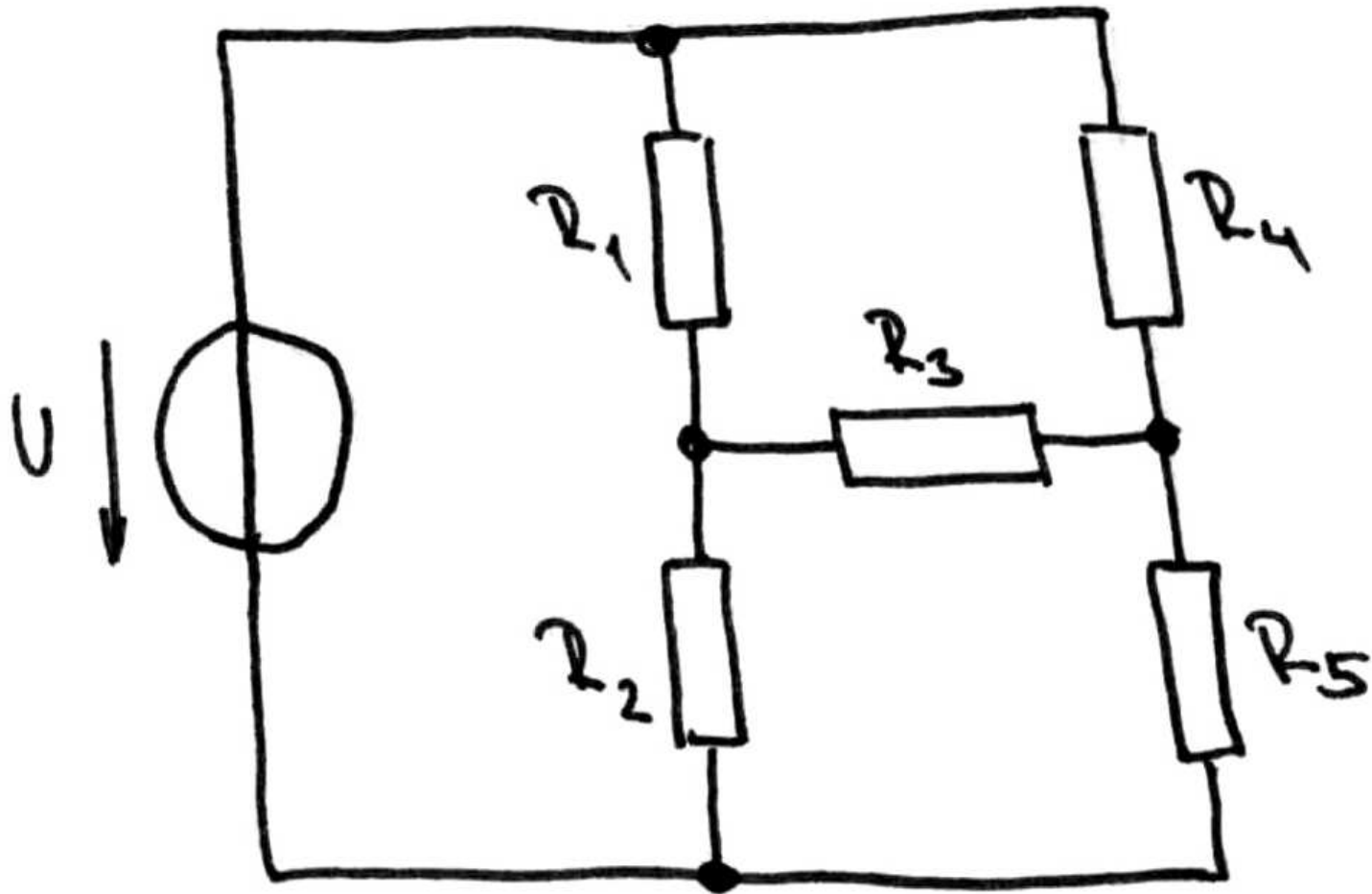
Přepočítací koeficient $k = \frac{U_s}{U_s'} = \frac{5}{40} = 0,125$

Metoda transfigurace

U některých typů jednoduchých obvodů, metoda postupného zjednodušování i metoda úměrných veličin, selhávají.

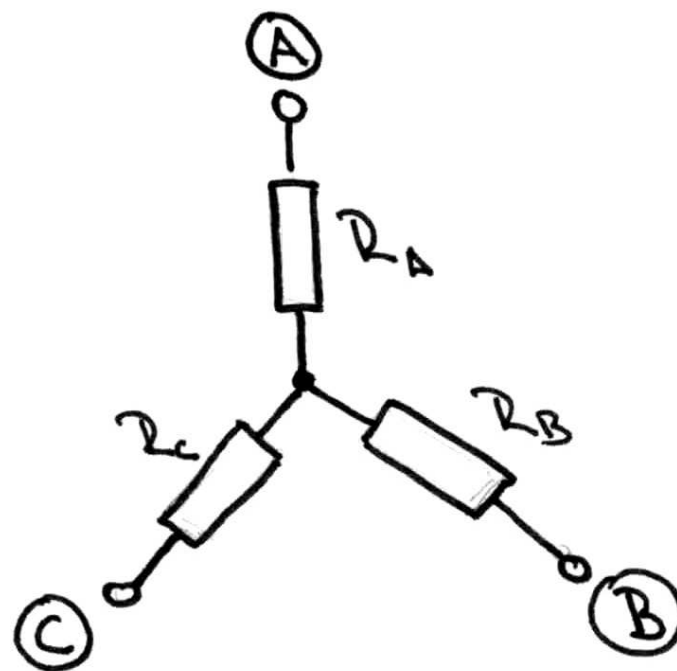
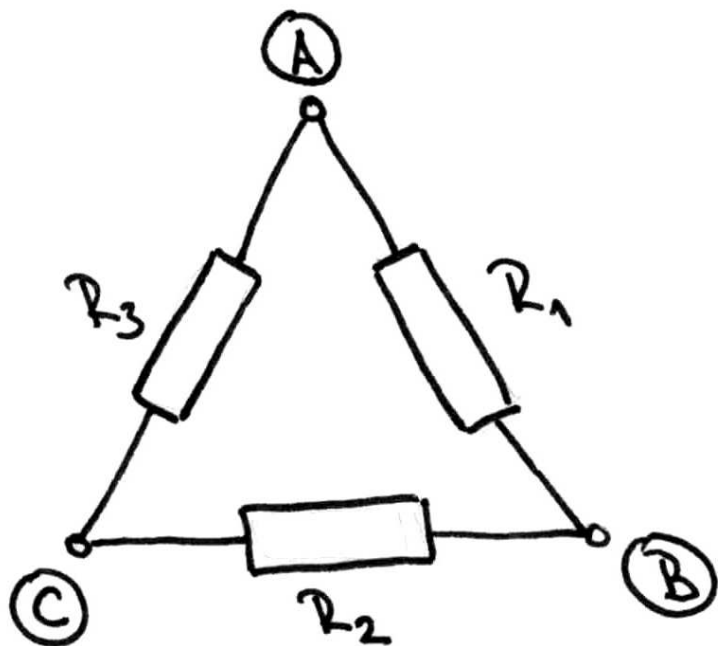


Metoda transfigurace



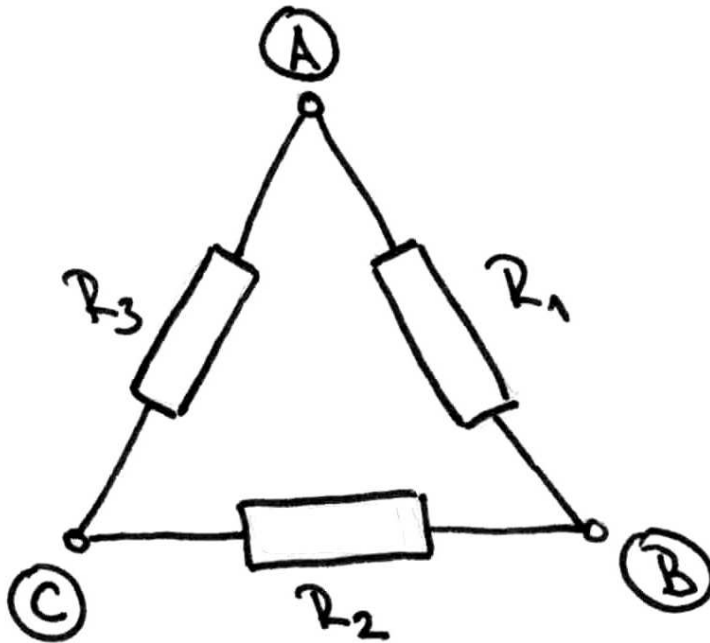
Transfigurací lze část obvodu změnit tak, že bude řešitelný

Metoda transfigurace



Metoda transfigurace

Transfigurace $\triangle \Rightarrow Y$



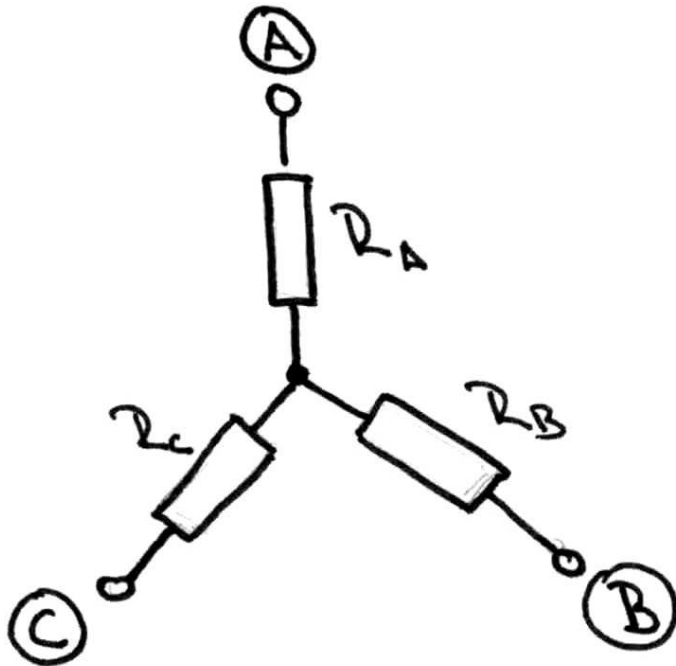
$$R_A = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Metoda transfigurace

Transfigurace $Y \Rightarrow \Delta$

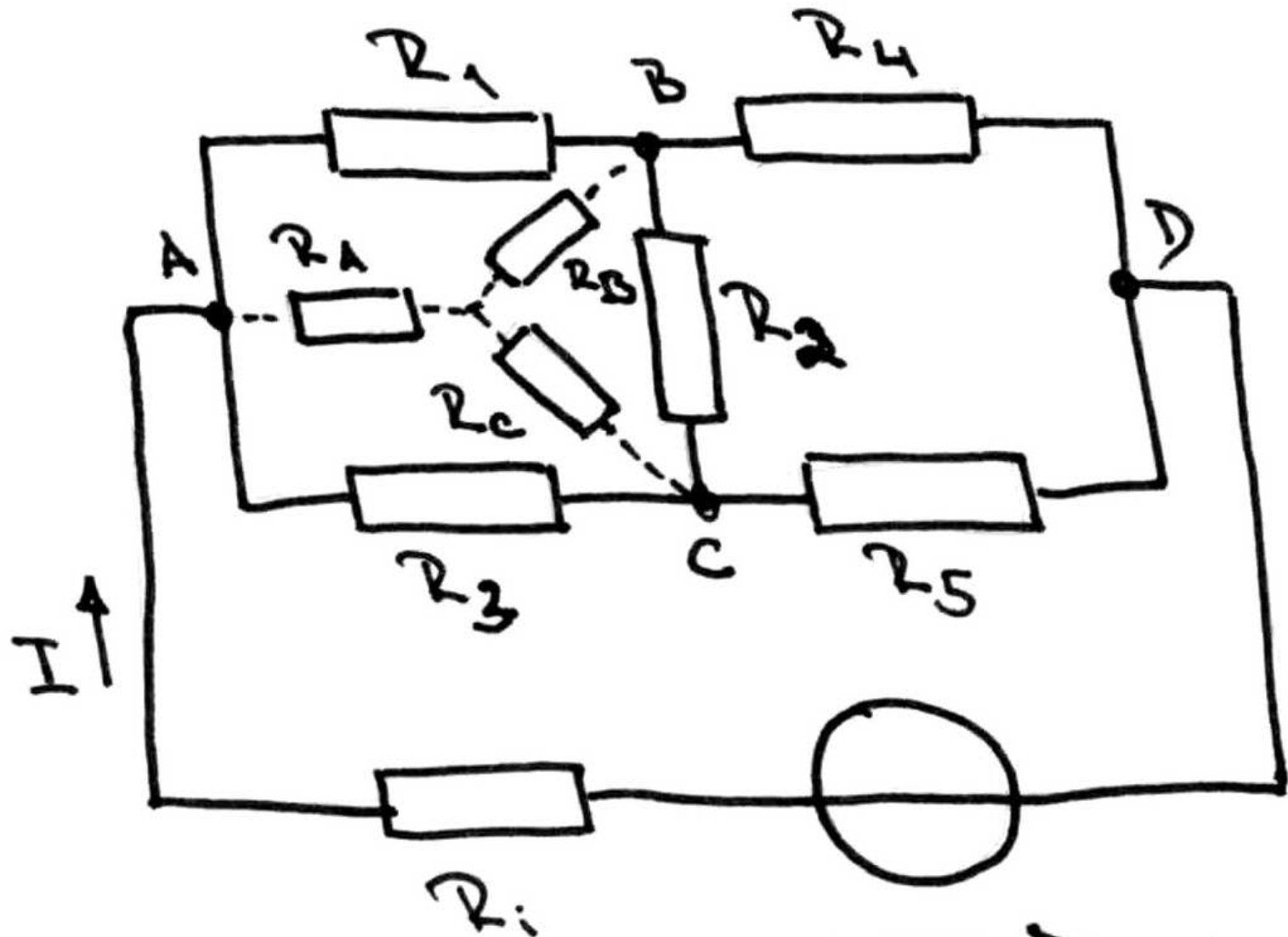


$$R_1 = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

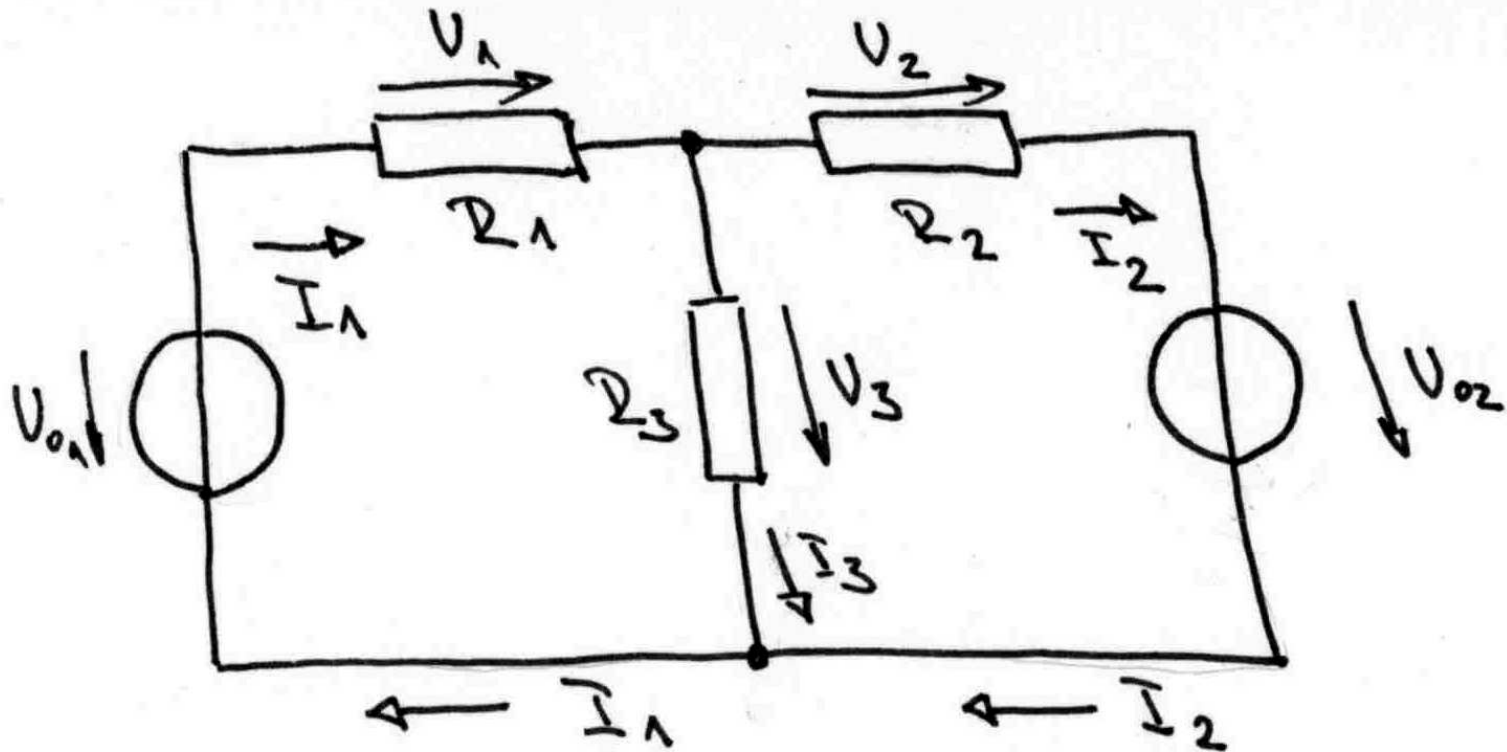
$$R_2 = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A}$$

$$R_3 = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

Metoda transfigurace



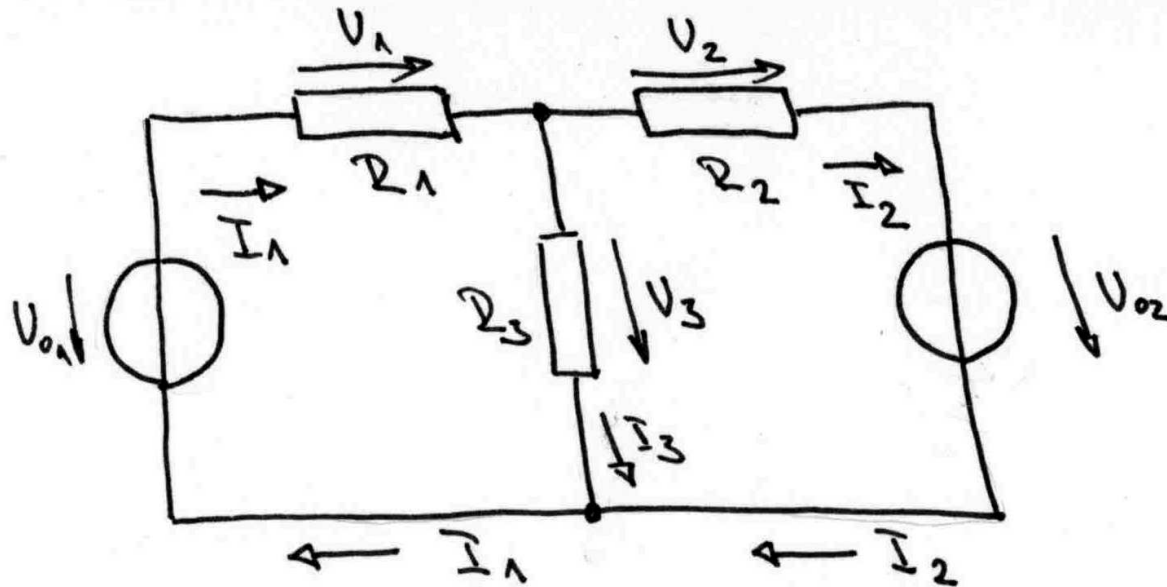
Přímá aplikace Kirchhoffových zákonů



Známe: $R_1, R_2, R_3, U_{01}, U_{02}$

V obvodu je 6 neznámých: $I_1, I_2, I_3, U_1, U_2, U_3$. Pro výpočet šesti neznámých je nezbytné sestavit 6 rovnic.

Přímá aplikace Kirchhoffových zákonů



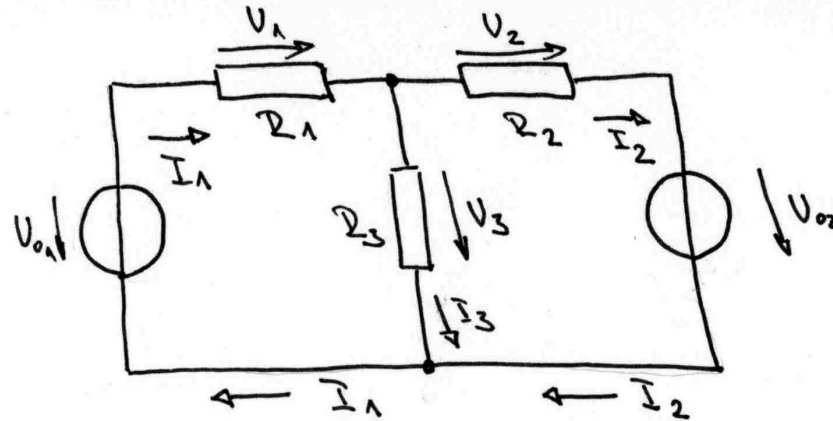
I. Kirchhoffův zákon

- ⊗ pro uzel 1 platí: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$
- ⊗ pro uzel 2 platí: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Protože jsou rovnice závislé, použijeme jen jednu z nich.

Přímá aplikace Kirchhoffových zákonů

zákonů



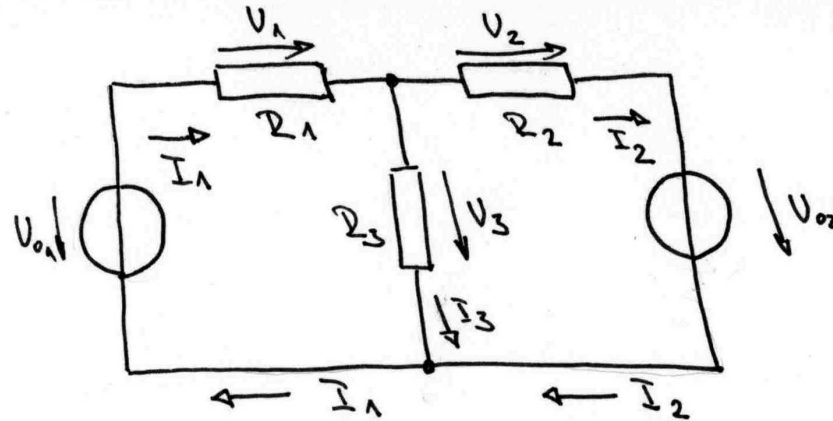
II. Kirchhoffův zákon pro smyčky

$$\textcircled{6} \quad -U_{01} + U_1 + U_3 = 0$$

$$\textcircled{6} \quad -U_3 - U_2 + U_{02} = 0$$

Přímá aplikace Kirchhoffových zákonů

zákonů



Rovnice Ohmova zákona

$$U_1 = I_1 R_1, U_2 = I_2 R_2, U_3 = I_3 R_3$$

Přímá aplikace Kirchhoffových zákonů

I. Kirchhoffův zákon

⌚ pro uzel 1 platí: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

⌚ pro uzel 2 platí: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

II. Kirchhoffův zákon pro smyčky

⌚ $-U_{01} + U_1 + U_3 = 0$

⌚ $-U_3 - U_2 + U_{02} = 0$

Rovnice Ohmova zákona

$$U_1 = I_1 R_1, U_2 = I_2 R_2, U_3 = I_3 R_3$$