POTENCIÁL ELEKTRICKÉHO POLE

ELEKTRICKÉ NAPĚTÍ

ELEKTRICKÝ POTENCIÁL

Elektrická potenciální energie

Newtonův zákon
pro gravitační sílu

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

Coulombův zákon
pro elektrostatickou sílu

$$\boxed{F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}}$$

Pro elektrostatickou sílu platí řada stejných obecných závěrů jako pro sílu gravitační:

- Elektrostatická síla je síla **konzervativní**.
- Existuje tedy elektrostatická (elektrická) potenciální energie (pro systém dvou nebo více částic).

- Změní-li se poloha nabité částice, vykoná na ní elektrostatická síla práci. Pak změně potenciální energie odpovídá

$$\Delta E_p = E_{p,f} - E_{p,i} = -W$$

- Protože je elektrostatická síla konzervativní, platí, že

práce touto silou vykonaná **nezávisí na trajektorii**.

- Pro jednoznačné určení potenciální energie je nutno zvolit konfiguraci, pro níž pokládáme potenciální energii za nulovou.

  Elektrostatickou potenciální energii nabité částice pokládáme za nulovou, je-li částice od systému nekonečně vzdálená.

- Práci, kterou vykonají elektrostatické síly při přesunu nabité částice z nekonečna do místa, kde chceme znát potenciální energii, označíme symbolem W_∞. Pak je potenciální energie

$$\boxed{E_p = -W_\infty}.$$

Elektrický potenciál

Elektrický potenciál neboli ***potenciál elektrického pole*** definujeme:

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = \frac{E_p}{Q}}$$

Potenciál

- nezávisí na náboji testovací částice Q_0,
- charakterizuje elektrické pole v místě s polohovým vektorem $\vec{r}$,
- je **skalární** veličina – skalární funkce prostorových proměnných.

$$\varphi = \varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z)$$

Volíme-li v nekonečnu $E_{p,i} = 0$, pak také potenciál v nekonečnu $\varphi_i = 0$.

Protože $E_p = -W_\infty$ je hodnota v libovolném místě elektrického pole

$$\boxed{\varphi_f = -\frac{W_\infty}{Q}}$$

Elektrické napětí, definice

Rozdíl potenciálů mezi dvěma libovolnými body nazýváme **elektrické napětí** mezi těmito body.

$$\boxed{U = \Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_i} = \boxed{\frac{E_{p,f}}{Q} - \frac{E_{p,i}}{Q} = \frac{\Delta E_p}{Q} = -\frac{W}{Q}} \quad \rightarrow \quad \boxed{U = -\frac{W}{Q}}$$

Jednotka napětí

$$[U] = 1\mathrm{V} = \frac{1\mathrm{J}}{1\mathrm{C}} = 1\mathrm{JC}^{-1}, \quad \textbf{1 volt}$$

Umožňuje zavést používanější jednotku pro intenzitu elektrického pole.

Vhodnější jednotka pro $\vec{E}$: $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}, \quad [\vec{E}] = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 1\frac{\mathrm{Jm}^{-1}}{\mathrm{JV}^{-1}} = 1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 1\,\mathrm{Vm}^{-1}$

Poznámka:

Často užívaná jednotka pro energii elektronů, děr, elementárních částic:

$$\mathbf{1\ elektronvolt} = \mathbf{1\ eV} = \mathrm{e}\,(1\mathrm{V}) = 1{,}6.10^{-19}\ \mathrm{C.\ J.\ C}^{-1} = \mathbf{1{,}6.10^{-19}\ J}$$

Důležitá poznámka z HRW.

RADY A NÁMĚTY

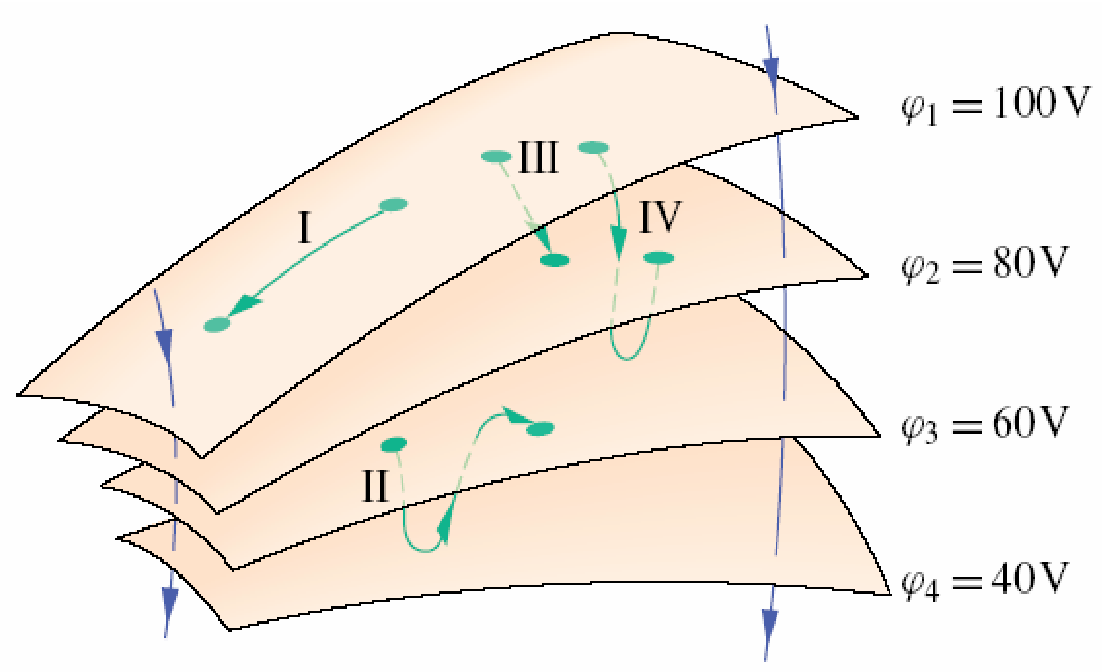
Bod 25.2: *Potenciál a potenciální energie*

Elektrický potenciál φ a elektrická potenciální energie E_p jsou rozdílné veličiny a nesmíme je zaměňovat.

Elektrický potenciál charakterizuje elektrické pole jako takové. Hodnota potenciálu se vyjadřuje v joulech na coulomb neboli ve voltech.

Elektrická potenciální energie je energie nabitého tělesa umístěného do vnějšího elektrického pole (nebo přesněji, je to energie systému sestávajícího z nabitého tělesa a vnějšího elektrického pole); vyjadřuje se v joulech.

Ekvipotenciální plocha



Části čtyř ekvipotenciálních ploch
Čtyři trajektorie nabité testovací částice
Naznačeny dvě elektrické siločáry

Plochu, na níž má potenciál stejnou hodnotu. nazveme **ekvipotenciální plocha**

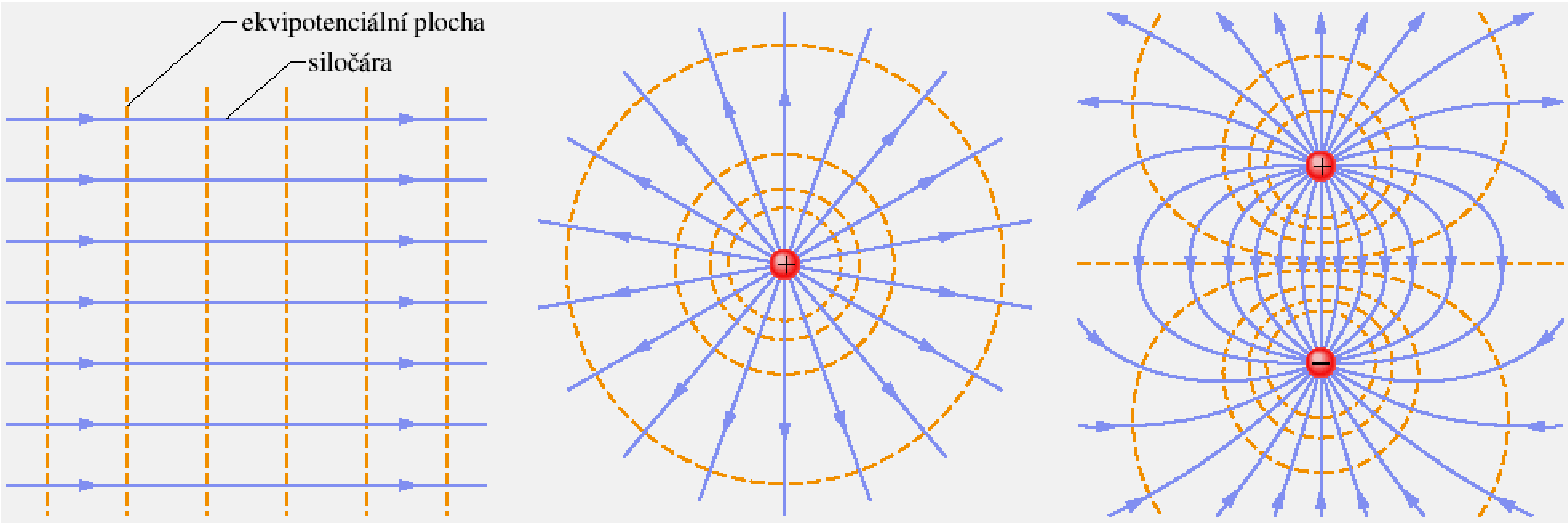
Přemístí-li se po **libovolné** dráze náboj mezi dvěma body téže ekvipotenciální plochy, nevykoná elektrické pole žádnou práci.

Plyne to z dříve uvedeného vztahu pro napětí

$$\left(U = \varphi_i - \varphi_f = -\frac{W}{Q}\right).$$

Je-li $\varphi_i = \varphi_f$, musí být $W = 0$.

Elektrické siločáry a příčné řezy ekvipotenciálních ploch

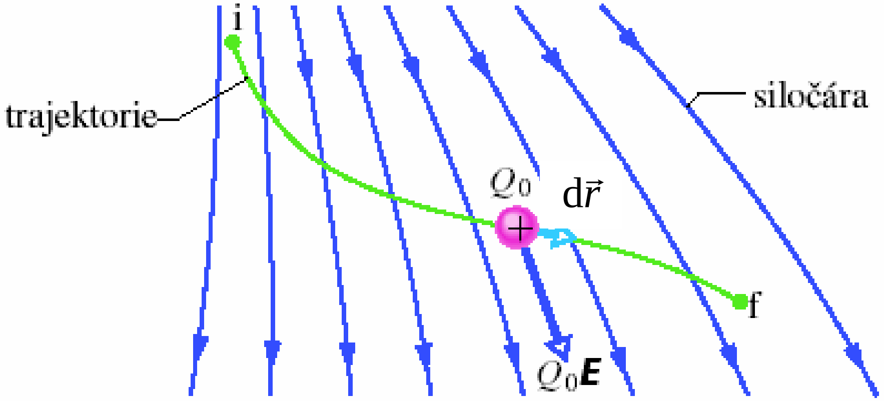


Homogenní elektrické pole

Elektrické pole bodového náboje (centrální pole)

Pole elektrického dipólu

Výpočet potenciálu ze známé intenzity elektrického pole



Kladný testovací náboj Q_0 se pohybuje v elektrickém poli z bodu (i) do bodu (f). Hledáme práci elektrostatické síly $\vec{F} = Q_0\vec{E}$.

Platí, že $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = Q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$.

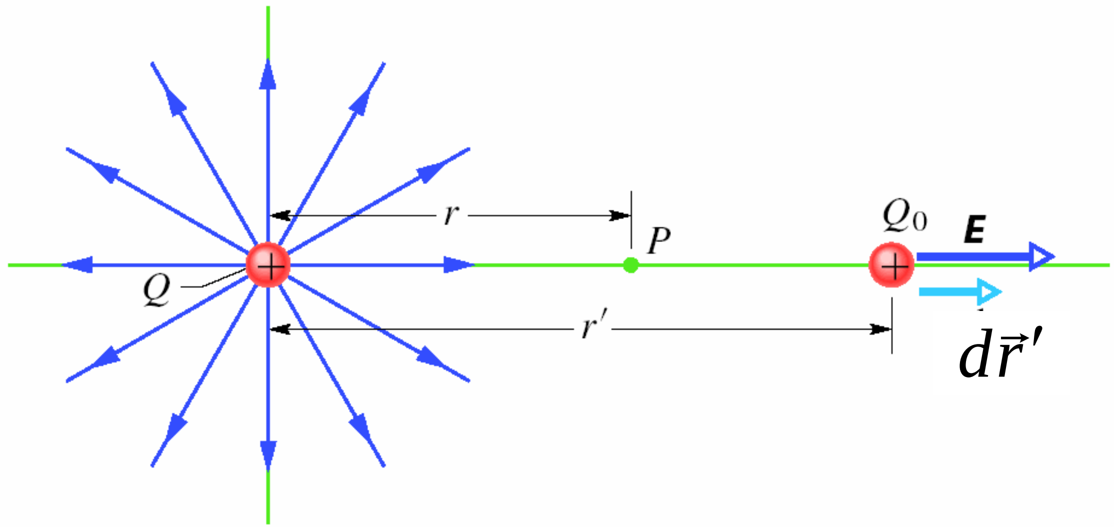
Protože elektrostatická síla je **konzervativní**, vedou všechny možné cesty z (i) do (f) ke stejnému výsledku. Nemusíme integrovat po určité křivce, stačí uvést výchozí a koncový bod.

$$W = \int \mathrm{d}W = Q_0 \int_i^f \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

Vyjádříme rozdíl potenciálů

$$\varphi_f - \varphi_i = -\frac{W}{Q_0} = -\frac{Q_0}{Q_0}\int_i^f \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = -\int_i^f \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{(U) = \varphi_f - \varphi_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}}$$

Potenciál bodového náboje



N áboj Q vyvolává v bodě P elektrické pole o intenzitě $\vec{E}$ a potenciálu φ. Potenciál v bodě P určujeme pomocí testovacího náboje Q_0, který přemísťujeme z bodu P do nekonečna.

$$\varphi_f - \varphi_i = \varphi(\infty) - \varphi(r) = -\int_r^\infty \overbrace{\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}'}^{\vec{E}\uparrow\uparrow\mathrm{d}\vec{r}'} = -\int_r^\infty E\,\mathrm{d}r' \cos 0° = -\int_r^\infty E\,\mathrm{d}r' =$$

$$= -\int_r^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r'^2}\mathrm{d}r' = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^\infty \frac{1}{r'^2}\mathrm{d}r' = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r'}\right]_r^\infty =$$

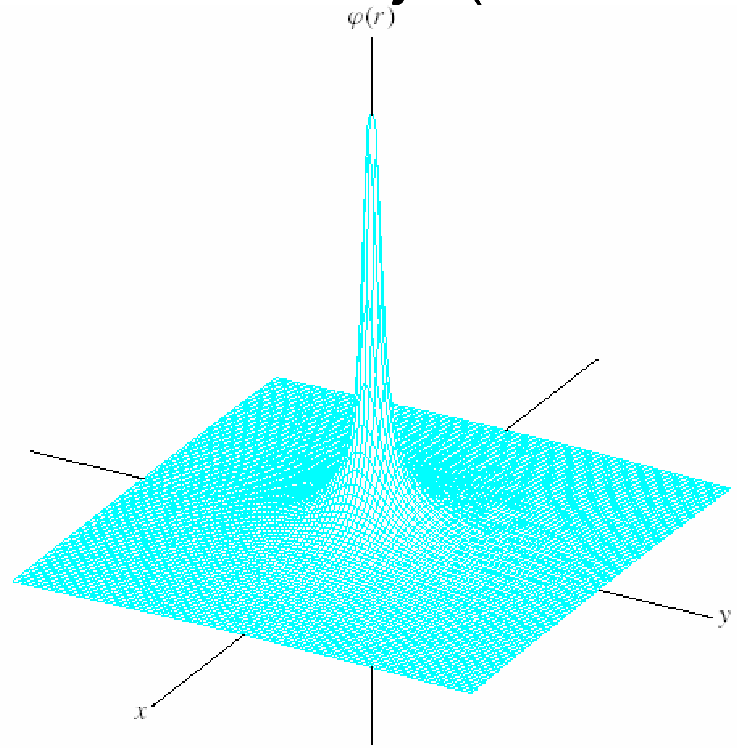
$$= +\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r'}\right]_r^\infty = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(\infty)} - \frac{1}{r}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(0 - \frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Odvodili jsme

$\varphi(\infty)-\varphi(r)=-\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r}$. Nulovou hladinu volíme v ∞, tj. $\varphi(\infty)=0$,

potom $\boxed{\varphi(r)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r} \quad \textbf{Potenciál pro kladný náboj v bodě P}}$

Pro více nábojů (soustavu) platí princip superpozice.

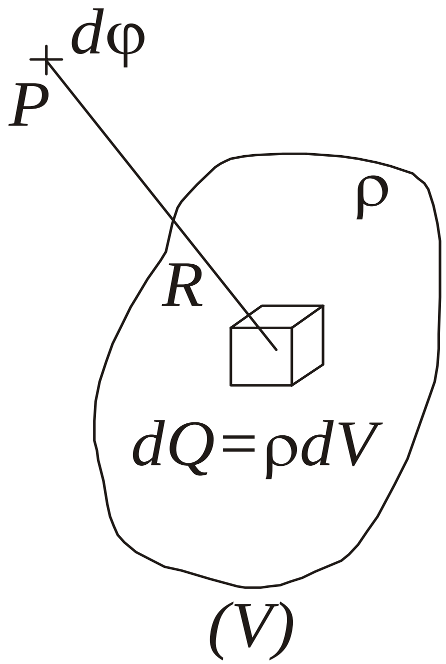


Počítačem vytvořený prostorový diagram průběhu elektrického potenciálu φ v bodech roviny z = 0 v závislosti na vzdálenosti r od kladného bodového náboje v počátku roviny xy. Hodnoty potenciálu v bodech této roviny jsou vyneseny svisle. Nekonečná hodnota potenciálu φ není samozřejmě zobrazena.

Soustava bodových nábojů – princip superpozice

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}$$

Nabité těleso



$$\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\,\mathrm{d}V}{R}$$

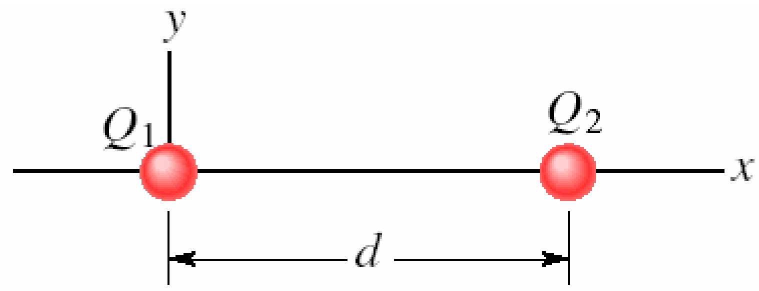
$$\varphi = \int_{(V)} \mathrm{d}\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(V)} \frac{\rho\,\mathrm{d}V}{R}$$

Výhoda: při výpočtu potenciálu stačí spočítat **jen jeden integrál** (φ je skalární funkce).

Po nalezení potenciálu φ lze snadno určit souřadnice vektoru $\vec{E}$ jak uvidíme dále ze vztahu: $\vec{E} = -grad\,\varphi$ (což je pouhé derivování).

Příklad HRW 25.21.

Částice na obr. mají náboje $Q_1 = +Q$, $Q_2 = -3Q$. Zvolte $\varphi = 0$ v nekonečnu a určete na ose x všechny body, v nichž je potenciál jimi vytvořeného elektrického pole roven nule.



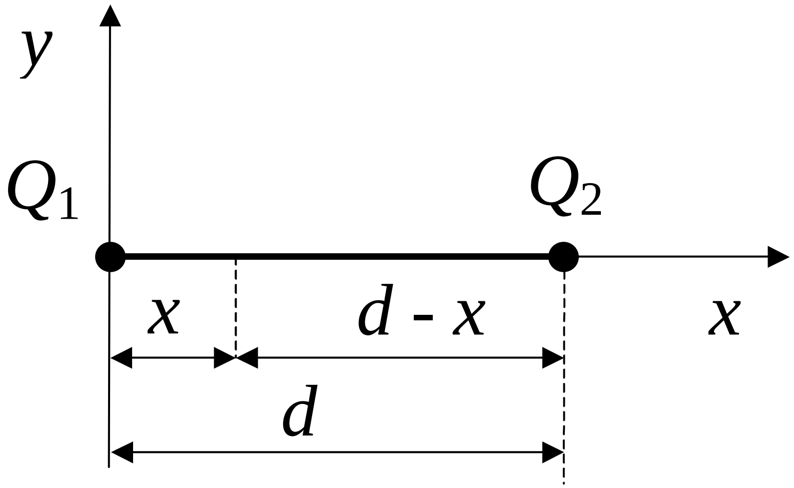
Hledaný bod se může nacházet:

a) mezi náboji Q_1, Q_2, *nebo*

b) vlevo od náboje Q_1.

Vzdálenost tohoto bodu od náboje Q_1 označíme x.

ad a) Vpravo od náboje Q_1



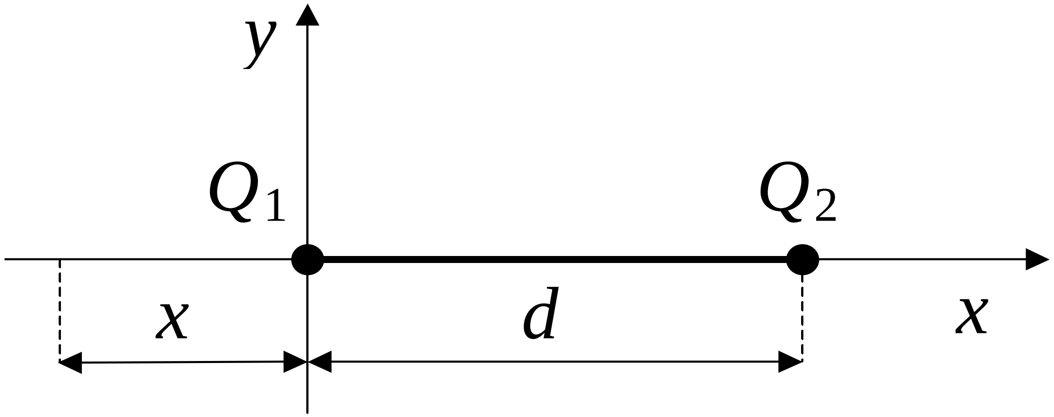
Platí *princip superpozice*, proto potenciály sečteme.

Platí tedy $$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} + \frac{-3Q}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

Odtud je $$d - x = 3x \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{x = \frac{d}{4}}}.$$

ad b) Podobně pro bod vlevo od náboje Q_1

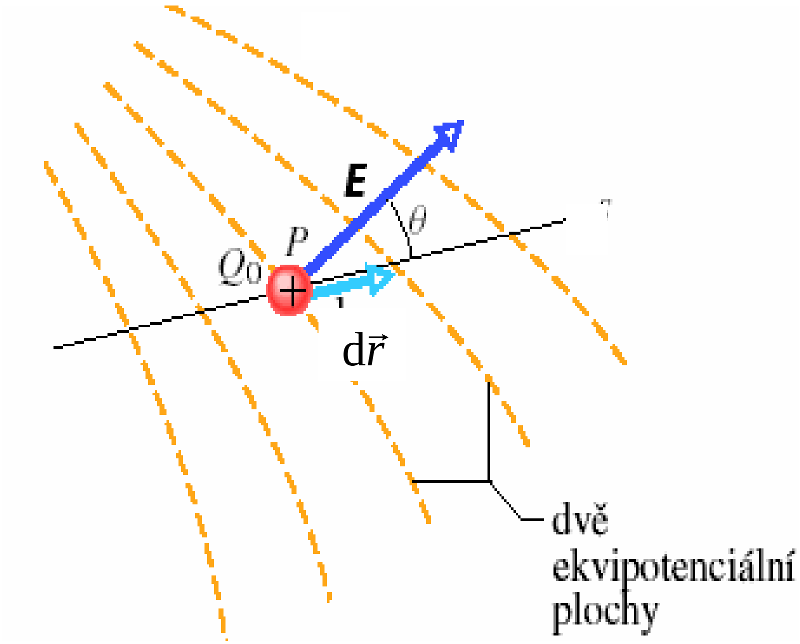


$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\left(x\right)} + \frac{-3Q}{4\pi\varepsilon_0\left(d+x\right)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0\left(d+x\right)}$$

$d + x = 3x \;\Rightarrow\; x = \dfrac{d}{2}$ nalevo, tj. v poloze $\underline{\underline{x = -\dfrac{d}{2}}}.$

Výpočet intenzity elektrického pole ze známého potenciálu



Známe $\varphi = \varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z)$
v každém místě elektrického pole.

Víme, že $\Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$,

pro *elementární změnu* pak platí
$\mathrm{d}\varphi = -\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$. Hledáme $\vec{E}$.

Protože φ je **skalár**, platí tento vztah
i pro jednotlivé složky vektoru $\vec{E}$, tj.:

$$\mathrm{d}\varphi = -\vec{E}_x \cdot \mathrm{d}x\,\vec{i} = -E_x \mathrm{d}x, \qquad \mathrm{d}\varphi = -E_y \mathrm{d}y, \qquad \mathrm{d}\varphi = -E_z \mathrm{d}z$$

Odtud složky $\vec{E}$: $E_x = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}$ $\qquad E_y = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}$ $\qquad E_z = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$

Složka intenzity pole $\vec{E}$ v libovolném směru je rovna poklesu potenciálu v tomto směru připadajícímu na jednotkovou vzdálenost.

Z předchozí strany: $E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ $E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ $E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$

Nyní můžeme intenzitu elektrického pole vyjádřit vektorově:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}\right) =$$

$$= -\underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)}_{\mathrm{grad}}\varphi = -\mathrm{grad}\,\varphi$$

$$\boxed{\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi}$$

Známe-li potenciál $\varphi = \varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z)$ ve všech bodech elektrického pole, lze určit složky intenzity E_x, E_y, E_z a tím také vektor $\vec{E}$ v libovolném bodě pole.

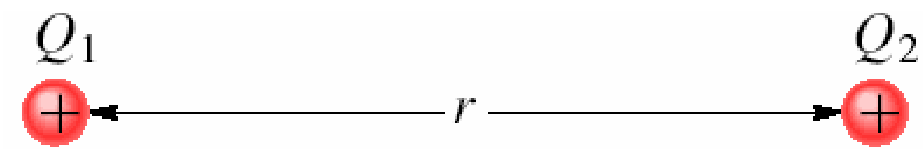
Elektrická potenciální energie soustavy bodových nábojů

Vyjdeme z definičního vztahu pro potenciál, tj

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{E_p}{Q}$$

a potenciální energii budeme hledat ze vztahu $\boxed{E_p = \varphi(\vec{r})Q}$.

Dva bodové náboje Q_1 a Q_2 ve vzdálenosti r



Bodový náboj Q_1, vytvoří elektrické pole, které má v místě bodového náboje Q_2 potenciál

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r}.$$

Přítomnost náboje Q_1 se projevuje elektrostatickou silou působící na náboj Q_2. Bude-li náboj Q_2 přemísťován, bude práce při přemísťování rovna φQ_2. Elektrická potenciální energie této dvojice nábojů je potom

$$\boxed{E_p = \varphi(r) Q_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r}}.$$

Soustava bodových nábojů:

a) Stanoví se elektrická potenciální energie každé dvojice nábojů.
b) Výsledná potenciální energie soustavy je jejich součtem.

Potenciál nabitého vodiče

Ve všech vnitřních bodech izolovaného vodiče se volný náboj rozmístí vždy pouze po jeho vnějším povrchu.

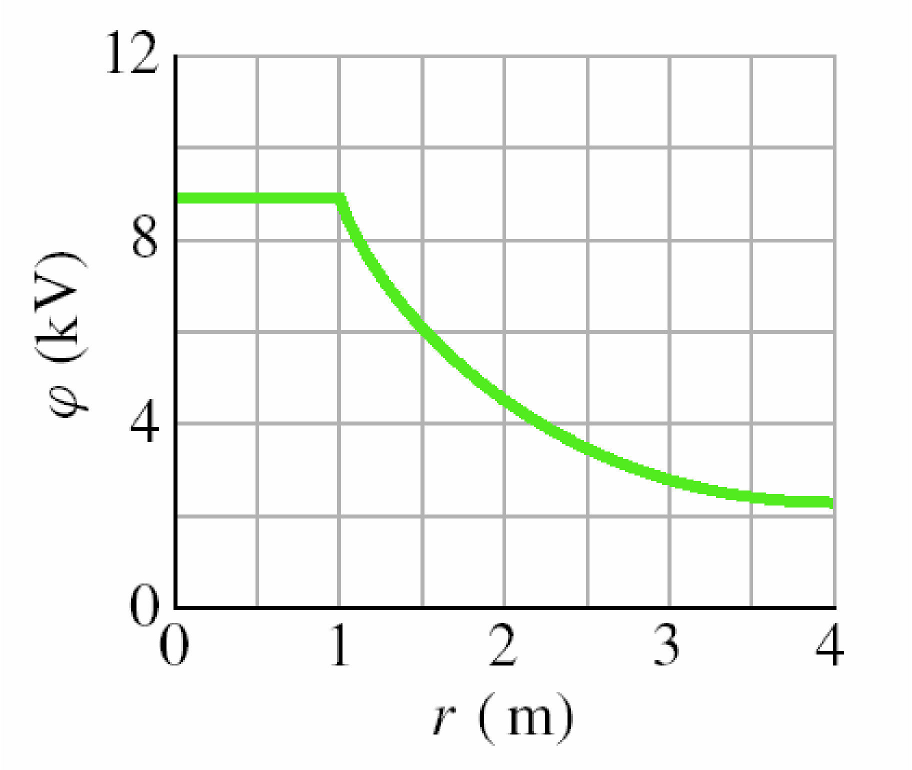
Pak z Gaussova zákona plyne, že uvnitř vodiče je $\vec{E}$ = 0, tj. platí:

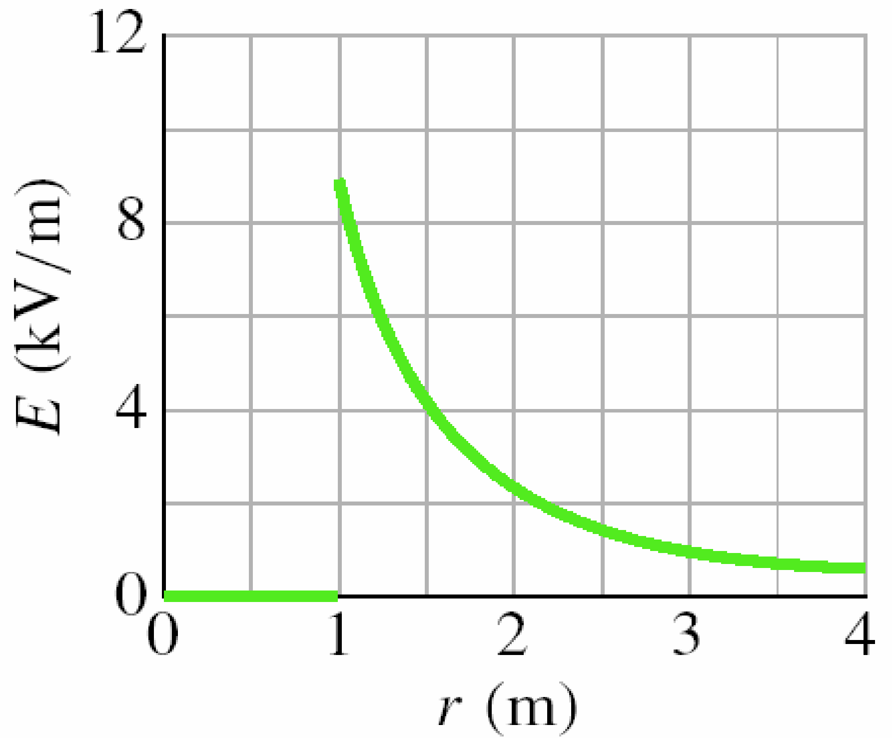
$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\varphi = konst.}$$

Tzn., že vodič musí mít všude stejný potenciál (uvnitř i na povrchu).

Nabitá kulová plocha



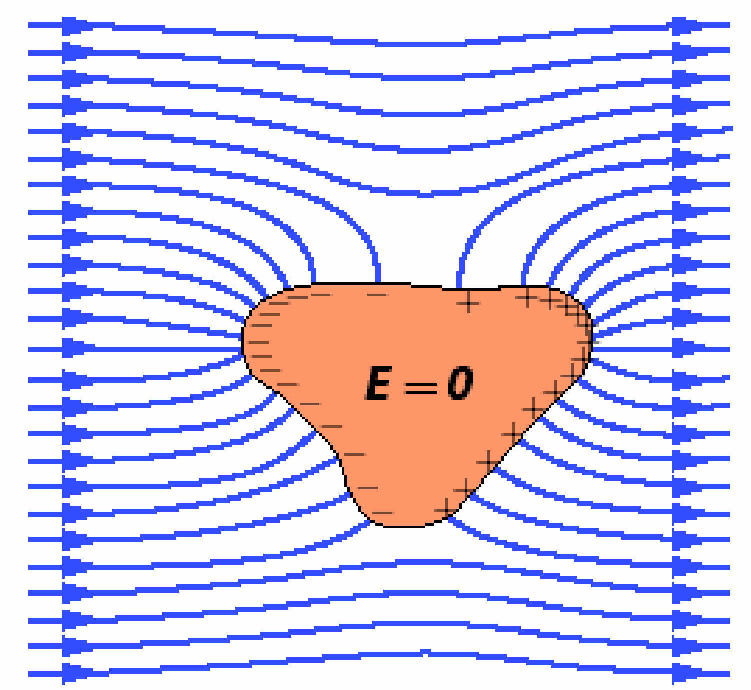


a) *Závislost potenciálu na vzdálenosti* r od středu izolované kulové vodivé plochy. Vně koule se celkový náboj jeví jako bodový, umístěný ve středu koule. Při přenesení náboje dovnitř koule (malým otvorem) nekonáme práci, protože na náboj uvnitř koule nepůsobí elektrická síla. Potenciál má tedy ve všech bodech uvnitř koule stejnou hodnotu jako na povrchu.

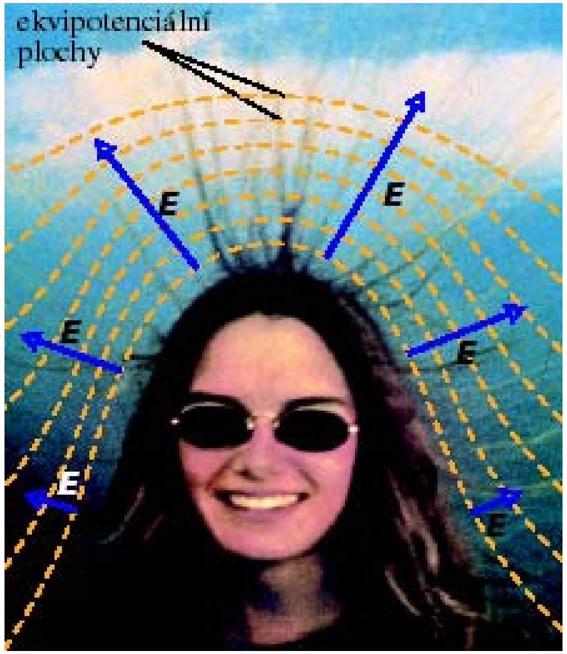
b) *Průběh velikosti intenzity elektrického pole* $\vec{E}$ *(r)* stejné kulové plochy. Na povrchu koule je intenzita nespojitá.

Rozložení náboje na povrchu vodiče, který není kulově symetrický

- ✓ Je-li izolovaný vodič vsunut do vnějšího elektrického pole, pak bude ve všech jeho bodech stejný potenciál ($\Rightarrow \vec{E}$ je ve všech bodech vodiče nulová). Volné náboje vodiče se rozdělí po jeho vnějším povrchu.
- ✓ Rozložení náboje není obecně rovnoměrné, závisí na tvaru vodiče. Hustota náboje roste se zakřivením povrchu. V místech s velkou křivostí (hrany, hroty) bývá hustota náboje (a tím i $\vec{E}$) velmi vysoká.



- ✓ Siločáry výsledného pole těsně nad povrchem vodiče jsou kolmé k jeho povrchu.
- ✓ Hrot je místo s vysokou koncentrací náboje $\Rightarrow$ je zde vysoká intenzita pole a tím může dojít k ionizaci vzduchu a poté ke koronovému výboji, předzvěsti blesku.



Koronové výboje mohou vypadat jako zježené vlasy.

Koronové výboje, jako předzvěsti blesku mohou vidět také např. hráči golfu na koncích golfových holí, horolezci na koncích cepínů, turisté na koncích větví keřů apod.

Uvnitř vodiče je vždy pole $\vec{E}$ nulové.

Užití: ochrana před vnějším elektrickým polem v dutině vodivého předmětu (tzv. ***Faradayova klec***).

Příkladem je karosérie auta, kterou zasáhla mohutná elektrická jiskra. Ta přeskočila přes izolující levou přední pneumatiku do země. Je vidět, že osoba v autě nezraněna.