DYNAMIKA 2

Působením síly na částici se obecně mění její pohybový stav. Síla působí **vždy** v určitém časovém intervalu Δt a zároveň na určitém úseku trajektorie Δs.

1. časový účinek síly $\rightarrow$ ***Impuls síly***

2. dráhový účinek síly $\rightarrow$ ***mechanická práce W*** (skalární veličina)

IMPULS SÍLY

Během časového intervalu Δt se změní hybnost o $\Delta \vec{p}$.

Vyjdeme z 2. NPZ : $\vec{F} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}\vec{p}$.

Po integraci : $\displaystyle\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} \mathrm{d}\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$.

Integrál na levé straně je definicí veličiny impuls síly:

$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t}$$

Věta o hybnosti:

$$\boxed{\vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}}$$

Změna hybnosti hmotného bodu je rovna impulsu síly, který změnu vyvolal.

Poznámky:

- Jednotkou impulsu síly je $\left[\vec{I}\right] = \mathrm{N} \cdot \mathrm{s}$

- Síla $\vec{F}$ může být konstantní, pak $\vec{I} = \vec{F}(t_2 - t_1)$, nebo se může měnit s časem.

- Neznáme-li časový průběh síly $\vec{F}(t)$, nahrazujeme ji její střední hodnotou $\overline{F}$ v časovém intervalu $\Delta t = t_2 - t_1$: $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t = \overline{F}\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}t = \overline{F}(t_2 - t_1)$. Je-li časový interval krátký, pak síla $\vec{F}$ je tzv. nárazová síla (kování, buchary).

- Je-li $\vec{F} = \vec{0}$, je také $\Delta\vec{p} = \vec{0}$ a tedy $\vec{p} = m\vec{v}$ je konstanta pro libovolné *t*.

Pak také $\vec{v} = konst. \begin{cases} \neq \vec{0} & \text{těleso - rovnoměrný přímočarý pohyb} \\ = \vec{0} & \text{těleso v klidu} \end{cases}$ (1. NPZ)

Příklad

Automobil o hmotnosti 1000 kg změnil svou rychlost z $v_1 = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (108 km/hod) na $v_2 = 0$ a) zabrzděním za 5 minut (300 s); b) nárazem na zeď za 0,3 s.
Jak velké síly přitom působily?

Řešení:

Sílu určíme ze vztahu: $F\,\Delta t = m\,\Delta v \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \dfrac{m v_1}{\Delta t}}$

a) $F = \dfrac{1000\ \mathrm{kg} \cdot 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{300\ \mathrm{s}} = 100\ \mathrm{N}$ (odpovídá tíze 10 kg)

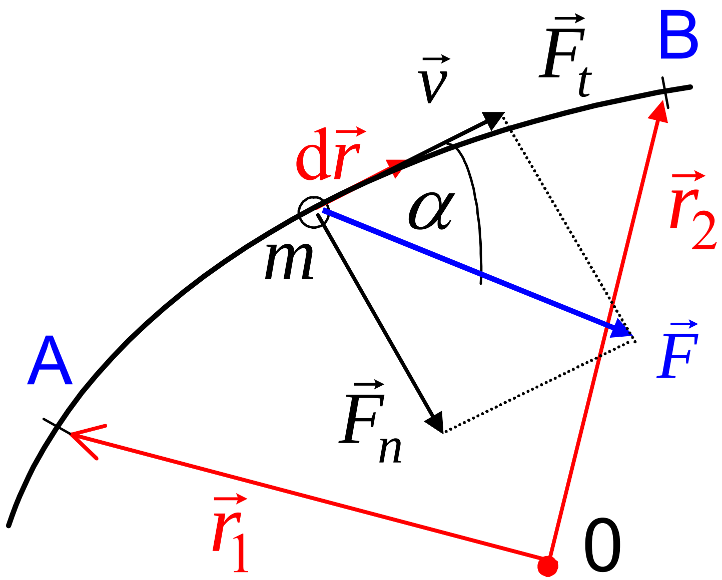
b) $F = \dfrac{1000\ \mathrm{kg} \cdot 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{0{,}3\ \mathrm{s}} = 100\,000\ \mathrm{N}$ (odpovídá tíze asi 10 tun)

Dojde-li v průběhu krátkého časového okamžiku k velké změně hybnosti, pak jsou síly velké – deformace, destrukce.

MECHANICKÁ PRÁCE A VÝKON

Práce je skalární veličina, která popisuje účinky síly na dráze.

Na HB pohybující se obecně po *křivočaré trajektorii* působí síla $\vec{F}$, která může mít proměnný směr i velikost (tedy i její tečná složka $\vec{F}_t$ je proměnná).



Síla $\vec{F}$ je sice obecně funkcí polohy HB (i času), lze však předpokládat, že na úseku $\mathrm{d}\vec{r}$ je konstantní:

Práci síly $\vec{F}$ při posunutí o $\mathrm{d}\vec{r}$ definujeme jako skalární součin

$$\boxed{\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \underbrace{F\cos\alpha}_{F_t}\,\mathrm{d}r}$$

Práce síly $\vec{F}$ na trajektorii z bodu A do bodu B je součtem (infinitezimálních) prací dW na jednotlivých (infinitezimálních) úsecích $\mathrm{d}\vec{r}$, což je vyjádřeno křivkovým integrálem

$$\boxed{W_{A\to B} = \int_{A(\vec{r}_1)}^{B(\vec{r}_2)} \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r}}\ .$$

Zde $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ – polohové vektory bodů A, B.

Ve složkách (jiné vyjádření skalárního součinu dvou vektorů):

$$\boxed{W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x \mathrm{d}x + \int_{y_1}^{y_2} F_y \mathrm{d}y + \int_{z_1}^{z_2} F_z \mathrm{d}z}$$

kde $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$, $\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\,\vec{i} + \mathrm{d}y\,\vec{j} + \mathrm{d}z\,\vec{k}$

Jednotkou práce je joule (J)

$$[W] = \mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

Práci 1J vykoná stálá síla 1N, posune-li těleso ve směru svého působení po dráze 1m.

Další používané jednotky práce:

1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J (v molekulární a atomární fyzice)

1 kWh = $3{,}6.10^{6}$ J (v elektrotechnice)

Poznámky:

1. Práce *W* = 0, jestliže platí některá z podmínek:

a) $\vec{F} = \vec{0}$

b) $\mathrm{d}\vec{r} = \vec{0}$

c) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (síla a posunutí jsou k sobě kolmé)

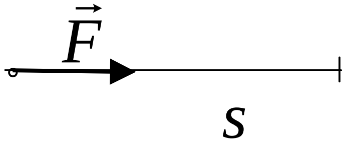
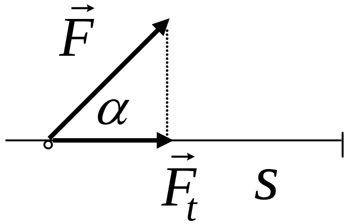
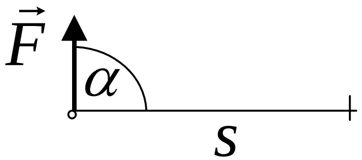
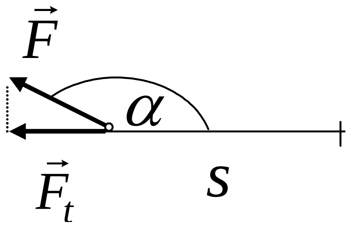
Je zřejmé, že práci koná pouze tečná složka síly.

2. Práce jako skalární veličina může nabývat

– kladných hodnot, působící těleso (resp. síla) koná práci) i

– záporných hodnot, působící těleso (síla) práci spotřebuje

Tabulka výpočtu práce při pohybu tělesa po přímce (směrem doprava).

	$W = F\,s > 0$	*síla práci koná*
	$W = F\,s\cos\alpha > 0$	*síla práci koná*
	$W = 0$	*síla práci nekoná*
	$W = F\,s\cos\alpha < 0$	*síla práci spotřebuje*

KINETICKÁ ENERGIE

Přibližně: ***Energie** je skalární fyzikální veličina, která vyjadřuje schopnost těles konat práci, je charakteristická pro určitý stav systému (tělesa) – je to stavová veličina.*

*Dynamická veličina, která souvisí s pohybem tělesa a která se mění, vykonáme-li na tělese práci, se nazývá **kinetická** nebo **pohybová energie**.*

Pro elementární práci platí

$$\mathrm{d}W = F_t \mathrm{d}r = m a_t \mathrm{d}r\,, \qquad \text{pričemž} \quad a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,; \quad v = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}.$$

Dosadíme a upravíme :

$$\mathrm{d}W = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}r = mv\,\mathrm{d}v\,.$$

Po integraci $$W = \int_{v_1}^{v_2} mv \, \mathrm{d}v = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_1}^{v_2} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 .$$

Vykonaná práce se projeví změnou veličiny $E_k = \tfrac{1}{2}mv^2$, kterou nazýváme

kinetická energie. $\boxed{W_{A\to B} = \Delta E_k}$

Je-li $v_1 = 0$ a $v_2 = v$ $\Rightarrow$ $\boxed{W = \frac{1}{2}mv^2 = E_k}$.

Jednotka $\left[E_k\right] = 1\ \mathrm{J}$ (stejná jako práce).

VÝKON

***Výkon** je skalární veličina, která charakterizuje, jak rychle se koná mechanická práce.*

Vykoná-li síla v časovém intervalu Δt práci ΔW, je **průměrný výkon** v tomto časovém intervalu definován poměrem

$$\boxed{\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}}.$$

Stroje ani člověk nepracují rovnoměrně $\Rightarrow$ potřeba znát okamžitý výkon v libovolném čase.

Okamžitý výkon

$$\boxed{P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}}$$

Platí $$\boxed{P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Hlavní jednotkou výkonu je *watt* (W):

$$[P] = [W][t]^{-1} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W} \qquad (= \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3})$$

Stroj má výkon 1 W, vykoná-li práci 1 J za 1 s.

V praxi často uvádíme jednotky větší – kW, MW, GW.

Účinnost stroje –

poměr užitečného výkonu P k příkonu P_0 (tj. výkonu stroji dodávanému).

Často v procentech: $$\boxed{\eta = \frac{P}{P_0} 100\ \%}$$

POTENCIÁLNÍ ENERGIE

Potenciální energie *je skalární veličina, která charakterizuje polohu tělesa vzhledem k jiným tělesům.*

a) ***Síly konzervativní:*** práce, vykonaná při přemístění tělesa mezi dvěma zadanými body, ***nezávisí na trajektorii***, po které se těleso pohybovalo. (*Tíhová síla, pružná síla, elektrostatická síla* jsou *konzervativní*.)

b) ***Síly nekonzervativní*** (***disipativní*** [1])*:* práce těchto sil je vždy záporná (*Třecí síla, odporová síla*).

Potenciální energie je definována pouze v poli konzervativních sil.

---

[1] disipace = ztráta části energie nevratnou přeměnou na jiný druh energie, zejména v teplo

Poznámky:

- ✓ Potenciální energii E_p soustavy těles nebo soustavy HB měříme prací *W*, kterou konají síly vzájemného působení při vzájemném přemísťování těles.

- ✓ Jestliže práci konají síly tíhového pole při povrchu Země, mluvíme o potenciální energii tíhové.

- ✓ Při pohybu tělesa v blízkosti povrchu Země je změna tíhové potenciální energie ΔE_p soustavy (těleso+Země) definována jako záporně vzatá práce vykonaná interakčními tíhovými silami

$$\boxed{\Delta E_p = -W_g}.$$

- ✓ Veličinu E_p nazýváme tíhovou potenciální energií soustavy (těleso+Země) nebo také ***potenciální energií v tíhovém poli Země.***

- ✓ **Tíhová potenciální energie** tělesa o hmotnosti *m*, které se nachází ve výšce *h* nad povrchem Země, je určena prací *W*, kterou vykoná tíhová síla $\vec{G}$ o velikosti $G = mg$ při jeho přemístění na povrch Země

$$\boxed{E_p = mgh} \, .$$

- ✓ Jednotkou potenciální energie je joule (J) – stejně jako práce.

MECHANICKÁ ENERGIE

Mechanickou energii *E* soustavy definujeme jako součet její kinetické energie E_k a potenciální energie E_p

$$\boxed{E = E_k + E_p}$$

Přeměny E_k a E_p lze sledovat u dějů probíhajících v *izolovaných soustavách.*

Např. **vrh svislý vzhůru** *(zanedbáváme odpor prostředí)*

- ✓ Těleso na počátku pohybu $E_k = E_{k_{\max.}}$ a $E_p = 0$.
- ✓ Během pohybu se E_k zmenšuje a E_p zvětšuje.
- ✓ V nejvyšším bodě trajektorie je $E_k = 0$ a $E_p = E_{p_{\max.}}$.

  Po celou dobu výstupu tělesa zůstává celková energie stálá.

ZÁKONY ZACHOVÁNÍ

Zákon zachování energie

*Působí-li v izolované soustavě pouze **konzervativní síly**, součet její kinetické a potenciální energie v libovolných dvou stavech je **konstantní** (nemění se):*

$$E = E_k + E_p = konst.$$

Zákon zachování mechanické energie lze zapsat také ve tvaru

$$\boxed{\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = 0}$$

Tento zákon je zvláštním případem obecného principu zachování energie:

Energie se nemůže nikde ztrácet, mění se jen jedna forma energie v druhou.

Není-li soustava izolovaná (tj. působí na ni vnější síly), je změna celkové energie soustavy dána prací vnějších sil (věta o kinetické energii):

$$\boxed{\Delta E_{celk.} = W}$$

Zákon zachování hybnosti

Vyjdeme z 3. NPZ – mějme izolovanou soustavu 2 HB (soustava si nevyměňuje s okolím ani energii ani látku – idealizace).

Na částici 1 – síla $\vec{F}_1$; Na částici 2 – síla $\vec{F}_2$ (síly akce - reakce)

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, tedy $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}_1}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}_2}{\mathrm{d}t} = 0$;

odtud $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = konst.}$

To je **zákon zachování hybnosti** pro izolovanou soustavu. Má obecnou platnost – je to jeden z nedůležitějších fyzikálních zákonů.

Pro více bodů (lze zobecnit)

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = konst.}$$